

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
Некоммерческое акционерное общество
«АЛМАТИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ»
Кафедра _____

«ДОПУЩЕН К ЗАЩИТЕ»

Зав. кафедрой _____
(учёная степень, звание, Ф.И.О.)
_____ « ____ » _____ 201 ____ г.
(подпись)

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

На тему: Нейронные сети на основе элементов с гиперболической функцией активации

Специальность 6.М.07.13.00 Радиотехника, электроника и телекоммуникации
Выполнил(а) Бакиров Ахат Сериков (Ф.И.О.) Группа МРЭи-15-1

Научный руководитель д.т.н. к.ф.-н.н. проф. Сулейменов И.Э.
(учёная степень, звание, Ф.И.О.)
И. Сулейменов « 04 » июня 201 7 г.
(подпись)

по применению вычислительной техники:

доцент Кушков А.А.
(учёная степень, звание, Ф.И.О.)
А. Кушков « 12 » июня 201 7 г.
(подпись)

Нормоконтроллер: доцент Кушков А.А.
(учёная степень, звание, Ф.И.О.)
А. Кушков « 12 » июня 201 7 г.
(подпись)

Рецензент: _____
(учёная степень, звание, Ф.И.О.)
_____ « ____ » _____ 201 ____ г.
(подпись)

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН
Некоммерческое акционерное общество
«АЛМАТИНСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ЭНЕРГЕТИКИ И СВЯЗИ»

Факультет Радиотехники и связи

Кафедра Радиотехники и информационной безопасности

Специальность 8М071900 - Радиотехника, электроника и телекоммуникации

ЗАДАНИЕ

на выполнение магистерской диссертации

Магистранту Бакирову Ахмату Серікұлы

(Ф.И.О.)

Тема диссертации Нейронные сети на основе элементов с гиперболической функцией активации

Утверждена приказом по университету № 149 от «23» 10 201 5 г.

Срок сдачи законченной диссертации «30» мая 201 7 г.

Исходные данные к диссертации (требуемые параметры результатов исследования (проектирования) и исходные данные объекта): искусственные нейронные сети на основе элементов с гиперболической функцией активации

Перечень вопросов, подлежащих разработке в магистерской диссертации, или краткое содержание магистерской диссертации: Обзор литературы, построение модели нейронной сети на основе элементов с гиперболической функцией активации, исследование прикладной характер, разработка рекомендаций

Перечень графического материала (с точным указанием обязательных чертежей): структура нейронных сетей на основе элементов с гистерезисной функцией активации, результаты моделирования (графики)

Основная рекомендуемая литература: A binary Hopfield neural network with hysteresis for large crossbar packet-switches
Guangqi Xia, Zheng Tang, Yong Li, Jiahai Wang
Y. Takefuji, K.C. Lee An hysteresis binary neuron: a model suppressing the oscillatory behavior of neural dynamics

Консультации по диссертации с указанием относящихся к ним разделов проекта

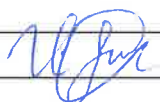
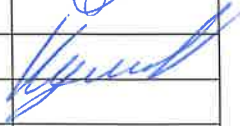
Раздел	Консультант	Сроки	Подпись
Основная часть	Суллейменов У.Ф.	2015-2017	
Приложение ВТ	Куликов А.А.	2017-2019	

График
подготовки магистерской диссертации

Наименование разделов, перечень разрабатываемых вопросов	Сроки представления научному руководителю	Примечание
1. Обзор литературы, введение	ноябрь 2015 г.	<i>[Подпись]</i>
2. Построение модели нейронной сети	март 2016 г.	<i>[Подпись]</i>
3. Поиск, анализ и моделирование реализации нейронных сетей в телекоммуникациях	декабрь 2016 г.	<i>[Подпись]</i>
4. Заключение	март 2017 г.	<i>[Подпись]</i>
5. Оформление работы, защита	май 2017 г.	<i>[Подпись]</i>

Дата выдачи задания «15» сентября 2015 г.

Заведующий кафедрой _____ (подпись) _____ (Ф.И.О.)

Научный руководитель диссертации *[Подпись]* _____ (Султанов И.З.) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению магистрант *[Подпись]* _____ (Бакиров А.С.) (Ф.И.О.)

Аңдатпа

Бұл магистрлік диссертацияда электроника және телекоммуникация саласындағы гистерезис активтену функциясымен элементтеріне негізделген жасанды нейрондық желілер жарамдылығын талдау. Көптеген кешенді жүйелер нейрондық желі ретінде қарастырыла алады деп көрсетілді. Нейрондық желі түзету кодтары тұрғысынан қарастырылуы мүмкін екені дәлелденген. Гистерезис активтену функциясымен элементтеріне негізделген нейрондық желі үлестік коэффициенттер ажырамас қалыптамасын бар екенін дәлелдеген.

Аннотация

В данной магистерской диссертации проведен анализ применимости искусственных нейронных сетей на основе элементов гистерезисной функцией активации в электронике и телекоммуникациях. Показано, что многие сложные системы могут рассматриваться как нейронные сети. Доказано, что нейронная сеть может рассматриваться в понятиях кодов исправляющих ошибки. Доказано, что нейронная сеть на основе элементов с гистерезисной функцией активации имеет целочисленную матрицу весовых коэффициентов.

Annotation

In this master's thesis, an analysis is made of the applicability of artificial neural networks based on the elements of the hysteresis activation function in electronics and telecommunications. It is shown that many complex systems can be considered as neural networks. It is proved that the neural network can be considered in terms of error correcting codes. It is proved that a neural network based on elements with a hysteresis activation function has an integer matrix of weight coefficients.

Содержание

Введение	7
1 Искусственные нейронные сети	9
1.1 Общая теория искусственных нейронных сетей	9
1.2 Обучение нейронных сетей.....	11
1.3 Нейронная сеть Хопфилда с гистерезисными двоичными нейронами ...	13
1.4 Применение к проблеме координатных коммутаторов	17
2 Применение нейронных сетей с гистерезисной функцией активации к сфере телекоммуникаций	19
2.1 Искусственные нейронные сети как элементы памяти.....	19
2.2 Сеть абонентов сотовой связи как аналог нейронной сети	26
2.3 Результаты расчетов	31
3 Построение математической модели возникновения иерархических структур в сложных эволюционирующих системах	36
4 Искусственные нейронные сети и блочные корректирующие коды	49
Заключение	58
Список литературы	60
Приложение А	62

Введение

В проведенных ранее научных работах [1-5] была обоснована принципиально новая концепция сложных систем, доказывающая, что система может рассматриваться в качестве «сложной» тогда и только тогда, когда существует комплементарная ей нейронная сеть или же аналог таковой.

В настоящее время нейросетевая концепция эволюции сложных систем различной природы получила обоснование только на отдельных конкретных примерах и преимущественно на уровне аналогий, не подтвержденных прямыми расчетами. Первоначально данная концепция была обоснована [6] применительно к анализу поведения систем на основе макромолекул (растворов полимеров, полимерных композиционных материалов и т.д.). Было показано, что рассматриваемая теория является перспективной также для интерпретации эволюционных процессов, протекающих в социально-экономических системах. В частности, с ее помощью удалось объяснить природу ароморфозов – качественных скачков, присутствующих в истории развития культуры, экономики и т.д. Однако качественно-количественные трансформации рассматриваемого типа пока не были описаны на уровне соответствующих математических моделей.

К настоящему времени концепция сложного, основанная на нейросетевой теории эволюции сложных систем, существует скорее в форме философских положений. Они, предположительно, имеют общенаучный характер, однако дальнейшее продвижение в данном направлении требует разработки адекватных математических моделей, которые допускали бы экспериментальную проверку предложенной теории при помощи примеров из области исследования различных (и даже разноплановых) дисциплин.

Создание таких моделей с последующей экспериментальной проверкой, составляет основное содержание данной диссертационной работы. В ее цели входит также построение максимально общих моделей эволюции сложных систем, построенных на использовании аналогий с нейронными сетями.

Данная концепция позволяет, в частности, преодолеть многие фундаментальные затруднения современных эволюционных теорий, восходящих к дарвинистской точке зрения, в соответствии с которой первопричиной эволюции являются случайные флуктуации (применительно к биологической эволюции – мутации) составляющих элементов (расчеты показывают, что для эволюции по дарвиновскому механизму зачастую требуется неоправданно длительное время).

Нейросетевой механизм эволюции сложных систем предполагает существование двух этапов любой естественно протекающей качественной трансформации сложной системы. На первом этапе эволюционирует объемлющая нейронная сеть (или ее аналог), а на втором трансформировавшаяся нейронная сеть конвертируется в некий аналог фильтра, осуществляющего выбор элементов, в наибольшей степени отвечающих новому состоянию системы.

В данной работе классическими методами математического моделирования (как аналитическими средствами, так и имитационными) планируется разработать модели применения искусственных нейронных сетей с гистерезисной функцией активации в сфере телекоммуникаций.

В соответствии с вышеизложенным общей целью работы является: разработка научных основ новых способов использования искусственных нейронных сетей на основе элементов с гистерезисной функцией активации в телекоммуникационной сфере.

Для достижения поставленной цели были поставлены и решены следующие задачи:

- построение имитационных моделей, описывающих эволюционные процессы с использованием аналога формального нейрона предложенного типа;
- изучение влияния характера связей в исследуемой системе на протекающие в ней эволюционные процессы;
- построение математической модели возникновения иерархических структур в сложных эволюционирующих системах;
- построение общей математической модели генерации информации в сложных эволюционирующих системах с использованием аналогии с нейронными сетями.

1 Искусственные нейронные сети

1.1 Общая теория искусственных нейронных сетей

Искусственные нейронные сети прочно вошли в нашу жизнь и в настоящее время широко используются при решении самых разных задач. В числе задач, решение которых доверяют искусственным нейронным сетям, можно назвать следующие: распознавание текстов и образов, нахождение оптимального пути пересылки трафика, контекстная реклама в Интернете, фильтрация спама, проверка проведения подозрительных операций по банковским картам, системы безопасности и видеонаблюдения.

В настоящее время искусственные нейронные сети позволили справиться с рядом непростых проблем и обещают создание новых программ и устройств, способных решать задачи, которые пока под силу только человеку. Современные нейрокомпьютеры используются в основном в программных продуктах и поэтому редко задействуют свой потенциал «параллелизма». Эпоха настоящих параллельных нейровычислений начнется с появлением на рынке большого числа аппаратных реализаций — специализированных нейрочипов и плат расширений, предназначенных для обработки речи, видео, статических изображений и других типов образной информации.

Другой областью применения нейронных сетей является их использование в специализированных программных агентах — в роботах, предназначенных для обработки информации, а не для физической работы.

В данной статье рассматриваются различные нейронные сети, которые применяются в сфере телекоммуникационной индустрии. Одна из важнейших задач в области телекоммуникаций, которая заключается в нахождении оптимального пути пересылки трафика между узлами, может быть успешно решена с помощью нейронных сетей. В данном случае необходимо принимать во внимание то, что, во-первых, предложенное решение должно учитывать текущее состояние сети, качество связи и наличие сбойных участков, а во-вторых, поиск оптимального решения должен осуществляться в реальном времени. Нейронные сети хорошо подходят для решения задач такого рода. Кроме управления маршрутизацией потоков, нейронные сети могут использоваться и при проектировании новых телекоммуникационных сетей, позволяя получать весьма эффективные решения.

Нейронная сеть представляет собой совокупность нейроподобных элементов, определенным образом соединенных друг с другом и с внешней средой с помощью связей, определяемых весовыми коэффициентами. Можно провести следующую классификацию нейронных сетей [2]:

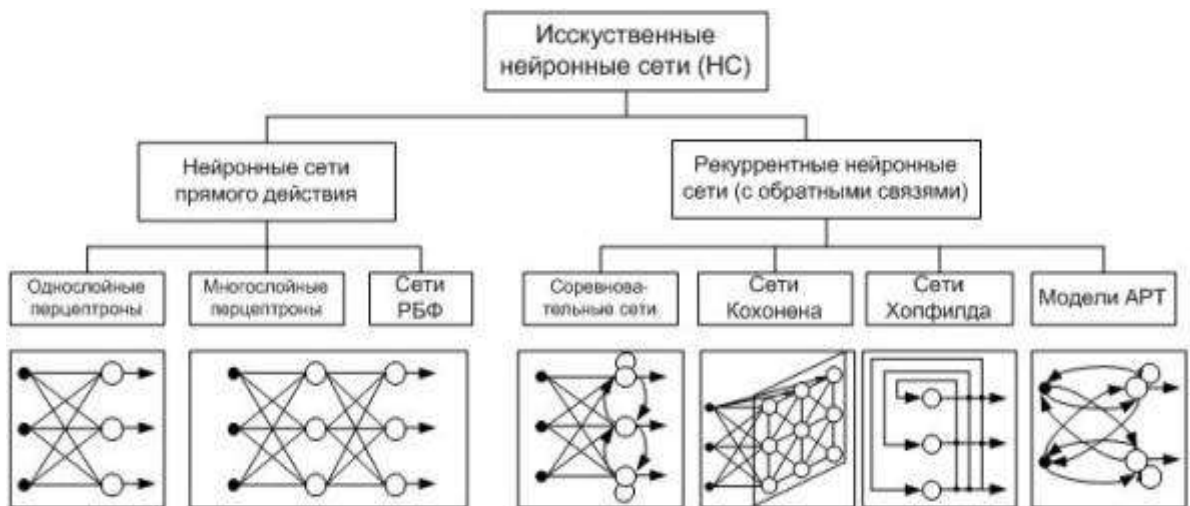


Рисунок 1.1 – Классификация нейронных сетей

Рассмотрим подробнее структуру искусственных и рекуррентных нейронных сетей (НС) наиболее часто используемые в телекоммуникационных системах.

Рекуррентными нейронными сетями называются такие сети, в которых выходы нейронных элементов последующих слоев имеют синоптические соединения с нейронами предшествующих слоев. Это приводит к возможности учета результатов преобразования нейронной сетью информации на предыдущем этапе для обработки входного вектора на следующем этапе функционирования сети. Рекуррентные сети могут использоваться для решения задач прогнозирования и управления. В рекуррентных нейронных сетях выходы нейронных элементов последнего слоя соединены посредством специальных входных нейронов с нейронами промежуточного слоя. Такие входные нейронные элементы называются контекстными нейронами (context units). Они распределяют выходные данные нейронной сети на нейронные элементы промежуточного слоя.

Наиболее простым случаем рекуррентной сети является один слой нейронов, охваченный обратными связями. При этом каждый нейрон получает задержанные выходные сигналы всех остальных нейронов [4].

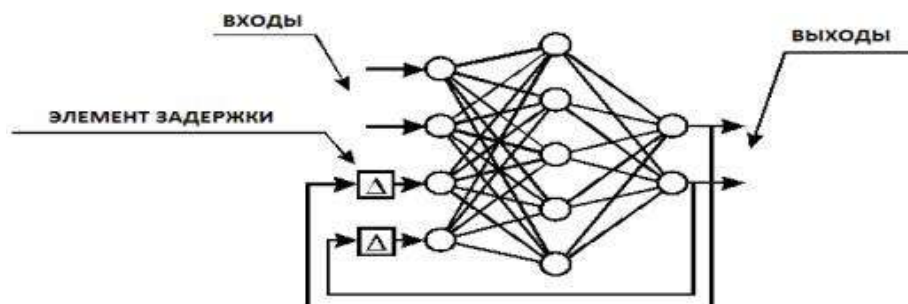


Рисунок 1.2 – Архитектура рекуррентной нейронной сети с обратными связями

На рисунке 1.2 представлена рекуррентная ИНС, содержащая скрытый слой нейронов. В этом случае каждый нейрон получает, кроме входных сигналов, еще и все выходные сигналы сети. Часть ИНС охваченная обратными связями может иметь и больше количество скрытых слоев. Одним из главных применений рекуррентных ИНС являются нейроэмуляторы динамических объектов, то есть их нейросетевые модели. Такие сети могут также использоваться для решения задач аппроксимации временных последовательностей, классификации, распознавания образов и управления [4].

Основные преимущества и достоинства нейронных сетей являются решение задач при неизвестных закономерностях и устойчивость к шумам во входных данных. А также, нейронные сети обладают способностью адаптироваться к изменениям окружающей среды. В итоге данная сеть отличается лишь тем, что сигнал с внутреннего слоя поступает на дополнительные входы, такие дополнительные входы называют контекстом, которые служат для хранения информации о предыдущем стимуле, благодаря чему реакция сети теперь зависит не только от текущего стимула, но и предыдущего и она в области распознавания успешно применяется.

1.2 Обучение нейронных сетей

Обучить нейронную сеть – значит, сообщить ей, чего мы от нее добиваемся. Этот процесс очень похож на обучение ребенка алфавиту. Показав ребенку изображение буквы «А», мы спрашиваем его: «Какая это буква?» Если ответ неверен, мы сообщаем ребенку тот ответ, который мы хотели бы от него получить: «Это буква А». Ребенок запоминает этот пример вместе с верным ответом, то есть в его памяти происходят некоторые изменения в нужном направлении. Мы будем повторять процесс предъявления букв снова и снова до тех пор, когда все 33 буквы будут твердо запомнены. Такой процесс называют «обучение с учителем».



Рисунок 1.3 – Процесс обучения нейросети

При обучении нейронной сети мы действуем совершенно аналогично. У нас имеется некоторая база данных, содержащая примеры (набор рукописных изображений букв). Предъявляя изображение буквы «А» на вход нейронной сети, мы получаем от нее некоторый ответ, не обязательно верный. Нам известен и верный (желаемый) ответ – в данном случае нам хотелось бы, чтобы на выходе нейронной сети с меткой «А» уровень сигнала был максимален. Обычно в качестве желаемого выхода в задаче классификации берут набор (1, 0, 0, ...), где 1 стоит на выходе с меткой «А», а 0 – на всех остальных выходах. Вычисляя разность между желаемым ответом и реальным ответом сети, мы получаем 33 числа – вектор ошибки. Алгоритм обратного распространения ошибки – это набор формул, который позволяет по вектору ошибки вычислить требуемые поправки для весов нейронной сети (рисунок 1.3). Одну и ту же букву (а также различные изображения одной и той же буквы) мы можем предъявлять нейронной сети много раз. В этом смысле обучение скорее напоминает повторение упражнений в спорте – тренировку.

Оказывается, что после многократного предъявления примеров веса нейронной сети стабилизируются, причем нейронная сеть дает правильные ответы на все (или почти все) примеры из базы данных. В таком случае говорят, что «нейронная сеть выучила все примеры», «нейронная сеть обучена», или «нейронная сеть натренирована». В программных реализациях можно видеть, что в процессе обучения величина ошибки (сумма квадратов ошибок по всем выходам) постепенно уменьшается. Когда величина ошибки достигает нуля или приемлемого малого уровня, тренировку останавливают, а полученную нейронную сеть считают натренированной и готовой к применению на новых данных.

Важно отметить, что вся информация, которую нейронная сеть имеет о задаче, содержится в наборе примеров. Поэтому качество обучения нейронной сети напрямую зависит от количества примеров в обучающей выборке, а также от того, насколько полно эти примеры описывают данную задачу. Так, например, бессмысленно использовать нейронную сеть для предсказания финансового кризиса, если в обучающей выборке кризисов не представлено. Считается, что для полноценной тренировки нейронной сети требуется хотя бы несколько десятков (а лучше сотен) примеров.

Повторим еще раз, что обучение нейронных сетей – сложный и наукоемкий процесс. Алгоритмы обучения нейронных сетей имеют различные параметры и настройки, для управления которыми требуется понимание их влияния.

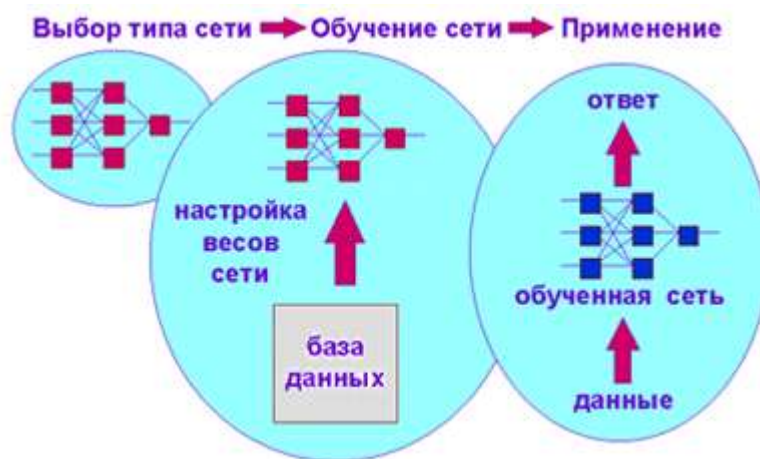


Рисунок 1.4 – Применение нейронной сети

После того, как нейронная сеть обучена (рисунок 1.4), мы можем применять ее для решения полезных задач. Важнейшая особенность человеческого мозга состоит в том, что, однажды обучившись определенному процессу, он может верно действовать и в тех ситуациях, в которых он не бывал в процессе обучения. Например, мы можем читать почти любой почерк, даже если видим его первый раз в жизни. Так же и нейронная сеть, грамотным образом обученная, может с большой вероятностью правильно реагировать на новые, не предъявленные ей ранее данные. Например, мы можем нарисовать букву «А» другим почерком, а затем предложить нашей нейронной сети классифицировать новое изображение. Веса обученной нейронной сети хранят достаточно много информации о сходстве и различиях букв, поэтому можно рассчитывать на правильный ответ и для нового варианта изображения.

1.3 Нейронная сеть Хопфилда с гистерезисными двоичными нейронами

Нейронная сеть Хопфилда с нейронами с двойным порогом [6] или нейронами со ступенчатым откликом [7] привлекли значительный интерес как метод решения трудной проблемы оптимизации [8, 9]. Такефуджи и Ли предложили модель гистерезисного порога с двумя состояниями (бинарный) для подавления колебательного поведения сети нейронной динамики Хопфилда [10]. Однако, Татеми и Тамури показали, что модель Такефуджи и Ли не всегда гарантировала снижение энергетической функции [11]. Ванг также объяснил, почему модель может влиять на неточные результаты и колебательное поведение в процессе сходимости [12]. После их сообщения было предложено несколько модификаций гистерезисной функции, например двоичная Галана и Муньеза [13] и многозначная Бариткара и Менделя [14]. Смит и Портман показали, что простые «нейронные» сети оптимизации, описанные Тэнком и Хопфилдом, являлись эквивалентом схемы, содержащей триггеры Шмита с переменными порогами, и что гистерезис триггеров Шмита

играл большую роль в определении стабильности [15, 16]. Архитектура нейронной сети Хопфилда была также применена для контроля в режиме реального времени координатных коммутаторов, используемых для коммутации высокоскоростных пакетов на максимальной пропускной способности, и было показано, что она способна достичь очень хорошего исполнения особенно для проблем малоразмерных координатных коммутаторов [17-21]. В статье «Двоичная нейронная сеть Хопфилда с гистерезисом для больших координатных пакетных коммутаторов» авторов Guangpu Xia, Zheng Tang, Yong Li, Jiahai Wang [5] была представлена новая архитектура нейронной сети Хопфилда для эффективного решения проблемы координатного коммутатора. В отличие от первоначальной нейронной сети Хопфилда, предложенная архитектура использует гистерезисные двоичные нейроны. Было теоретически доказано, что архитектура нейронной сети Хопфилда с гистерезисными двоичными нейронами сходится как первоначальная нейронная сеть Хопфилда. Для того, чтобы увидеть как хорошо архитектура нейронной сети Хопфилда с гистерезисными двоичными нейронами справляется с решением проблемы координатного коммутатора было выполнено большое число компьютерных имитаций. Результаты имитаций показывают, что архитектура нейронной сети Хопфилда с гистерезисными двоичными нейронами гораздо лучше, чем предыдущие работы, включая архитектуру нейронной сети Хопфилда, архитектуру Траудета и максимальную нейронную сеть для проблемы координатных коммутаторов, как с позиции времени вычислений, так и качества решений.

Как и первоначальная нейронная сеть Хопфилда, общий вход к нейрону i нейронной сети Хопфилда с гистерезисными двоичными нейронами есть

$$u_i = \sum_{j \neq i} w_{ij} v_{ij} + I_i, \quad (1.1)$$

где u_i есть общий вход нейрона i ;

v_j – выход нейрона j ;

w_{ij} – сила симметричного соединения от нейрона j к нейрону i ;

I_i – это компенсирующее смещение нейрона i .

Каждый нейрон вычисляет его выход по его входу. Но, в отличие от нейронов нейронной сети Хопфилда с двумя состояниями порога (рисунок 1.5(а)), гистерезисные двоичные нейроны меняют значение их выхода или оставляют его таким же согласно правилу гистерезисного порога (рисунок 1.5(б)):

$$v_i = \begin{cases} 1 & \text{if } u_i > a, \\ 0 & \text{if } u_i < b, \\ \text{no change} & \text{if } b \leq u_i \leq a, \end{cases} \quad (1.2)$$

где a – верхняя точка переключения (ВТП);

b – нижняя точка переключения (НТП).

Как показано на рисунке 1.5(б), если $u_i > a$, то $v_i = 1$, а если $u_i < b$, то $v_i = 0$. Когда $b \leq u_i \leq a$, v_i удерживается неизменным, т.е. $v_i = 1$ если последнее v_i было 1, и $v_i = 0$ если последнее v_i было 0.

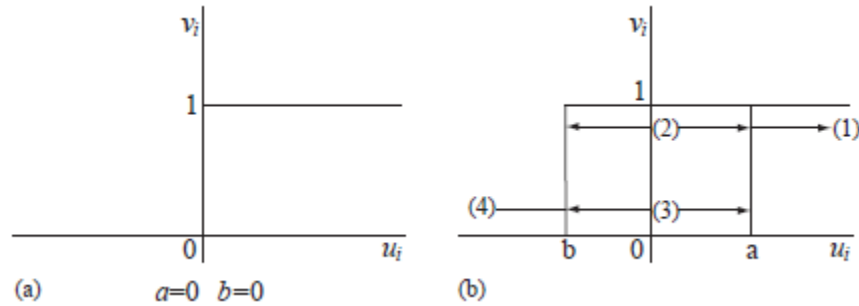


Рисунок 1.5 – Функции активации: а) пороговая; б) гистерезисная

Рассмотрим энергию

$$E = -\frac{1}{2} \sum_i \sum_{j \neq i} w_{ij} v_i v_j - \sum_i I_i v_i. \quad (1.3)$$

Если $w_{ij} = w_{ji}$ и $w_{ii} = 0$; изменение ΔE в энергии E благодаря изменяющемуся состоянию нейрона i от Δv_i есть

$$\Delta E = -\Delta v_i \left[\sum_{i \neq j} w_{ij} v_j + I_i \right]. \quad (1.4)$$

Используя уравнение 1.1 мы имеем:

$$\Delta E = -\Delta v_i u_i. \quad (1.5)$$

Имеется два вида изменений в состоянии i -того нейрона, вызванных корректировкой уравнения 1 $\Delta v_i = 1$, т.е. v_i изменяется с 0 до 1.

Согласно правилу гистерезисного порога (уравнение 1.2), когда v_i изменяется с 0 до 1, мы имеем, что $u_i > a$. Тогда

$$\Delta E = -u_i < -a, \quad (1.6)$$

таким образом, энергия гарантированно уменьшится, если $a > 0$.

Из правила гистерезисного порога (уравнение 1.2), когда v_i меняется с 1 до 0, мы имеем, что $u_i < b$. Тогда

$$\Delta E = u_i < b, \quad (1.7)$$

таким образом, энергия гарантированно уменьшится, если $b \leq 0$.

Отсюда, сходимость энергетической функции к локальному/глобальному минимуму всегда гарантирована только если $a \geq 0$ и $b \leq 0$. Заметьте, что теоретические результаты представляли выдержку для первоначальной нейронной сети Хопфилда, в то время как первоначальная сеть есть только один специальный случай при $a = b = 0$. Более того, когда $a \geq 0$ и $b \leq 0$, абсолютное значение уменьшения энергии $|\Delta E|$ больше или как минимум такое же как и у первоначальной сети при каждом обновлении, таким образом, сеть с гистерезисными двоичными нейронами сходится к стабильному состоянию быстрее, чем оригинальная сеть. Кроме того, несмотря на то, что выдержки теоретических результатов для однонаправленной нейронной сети Хопфилда, легко можно расширить их на двух или даже больше направленные нейронные сети Хопфилда.

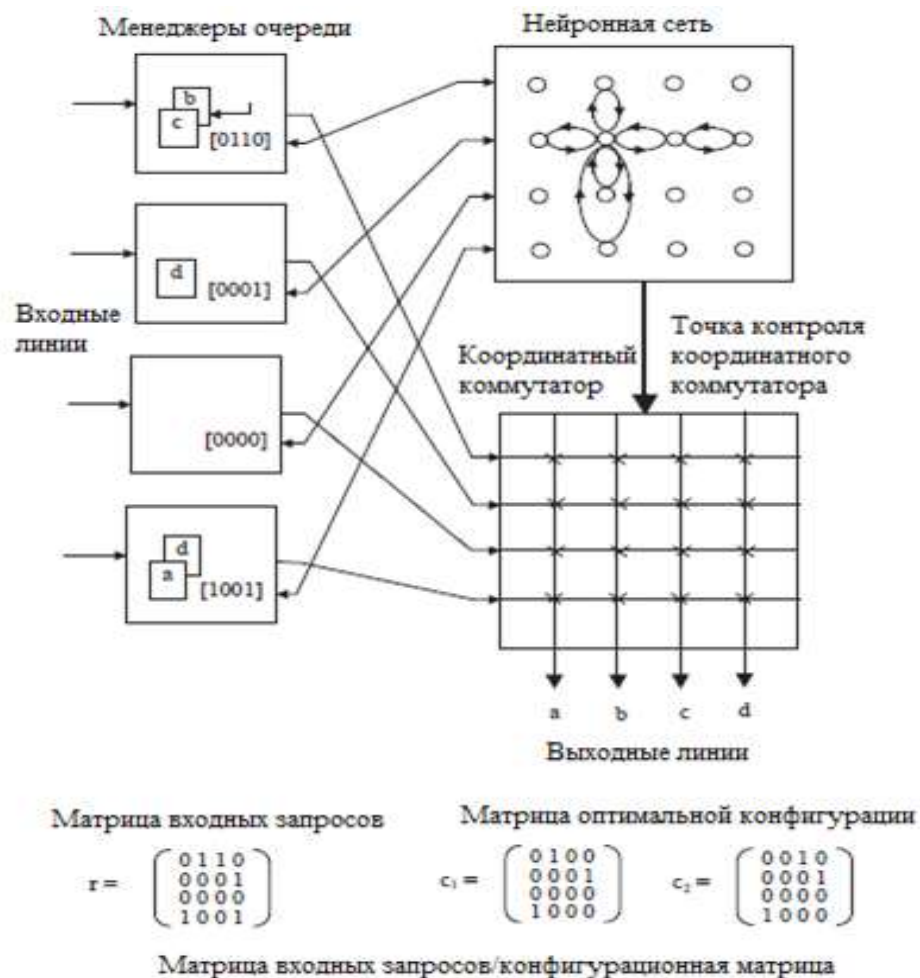


Рисунок 1.6 – Схематичная архитектура контроля координатного коммутатора 4 x 4

1.4 Применение к проблеме координатных коммутаторов

Проблема максимизации пропускной способности пакетов через координатные коммутаторы наилучшим образом описывает рисунок 1.6, который показывает, как запрос на маршрутизацию пакетов через $N \times N$ координатный коммутатор может быть представлен с помощью $N \times N$ двоичной матрицы запроса R [18, 21]. Строки и столбцы матрицы R ассоциированы с входами и выходами, соответственно, координатного коммутатора. Матричный элемент $r_{ij} = 1$ информирует о том, что имеется запрос на маршрутизацию как минимум одного пакета с входной линии i к выходной линии j коммутатора; $r_{ij} = 0$ выражает отсутствие такого запроса. Если мы рассмотрим координатный коммутатор для соединения точка-точка, тогда может быть закрыт не более чем один координатный переключатель в любой строке или столбце маршрутизации в процессе пакетной передачи. Состояние координатора может быть представлено с помощью $N \times N$ двоичной конфигурационной матрицы C , где $c_{ij} = 1$ информирует, что входная линия i соединена с выходной линией j с помощью «закрытого» координатного коммутатора (ij) . $c_{ij} = 0$ информирует, что координатный коммутатор «открыт». Для корректной работы коммутатора должно быть закрыто не более одного координатного коммутатора в каждой строке и столбце. Пропускная способность коммутатора оптимальна, когда матрица C , которая является подматрицей матрицы R (т.е. $c_{ij} \leq r_{ij}$ для каждой (i,j)), содержит не более «1» в каждой строке/столбце, и имеет максимальное перекрытие с R . Примеры оптимальных матриц показаны на рис. 1.2 для 4×4 координатного коммутатора.

Каждый вход коммутатора имеет менеджера очереди. Когда входной менеджер очереди получает пакет, он проверяет адрес доставки пакета и определяет его выходную маршрутизацию. Он затем обновляет вектор строки запроса для этого входа, устанавливая в «1» бит, относящийся к выходу коммутатора, и помещает пакет во входную очередь. Координатный коммутатор контролируется нейронной сетью, которая имеет один нейрон, относящийся к каждому узлу коммутатора. Векторы строки запроса со всех входов подаются в нейронную сеть. Итоговые векторы строк конфигураций потом возвращаются к соответствующему менеджеру очереди, пока узел координатного коммутатора, выбранный вычисленной матрицей конфигурации, закрыт. Каждый менеджер очереди дает на свой вход одиночный пакет, предназначенный для выхода, выбранного с помощью вектора строки, возвращенного нейронной сетью, которая таким образом маршрутизирует через закрытый узел к его точному выходу. Менеджер очереди также обновляет его вектор строки запроса путем очищения выбранного бита столбца, при условии, что не осталось пакетов в очереди к данному выходу. Этот процесс циклический: новые пакеты получают, пока пакеты в очереди передаются. Если бы все пакеты были бы постоянной длины, тогда было бы возможным получать новые пакеты, передавать

выбранные пакеты и вычислять следующую конфигурацию параллельно. Вычисления матрицы оптимальной конфигурации должно быть выполнено в течение нескольких микросекунд, что меньше, чем это занимает для передачи пакетов в коммуникационных системах, основанных на высокоскоростном оптоволокне [18, 21].

Проблема координатного коммутатора может быть решена путем построения подходящей энергетической функции и минимизацией энергетической функции до нуля ($E=0$), используя $N \times N$ двунаправленную нейронную сеть Хопфилда, т.е. матрицы $V = [v_{ij}]$.

Целевая энергетическая функция проблемы координатного коммутатора задается с помощью

$$E = \frac{A}{2} \sum_{i=1}^N \left(\sum_{k=1}^N v_{ik} - 1 \right)^2 + \frac{B}{2} \sum_{j=1}^N \left(\sum_{k=1}^N v_{kj} - 1 \right)^2, \quad (1.8)$$

где A и B – коэффициенты;

v_{ik} – выходное значение нейрона ik ;

v_{kj} – выходное значение нейрона kj .

Первый член будет нулем, если каждая строка содержит не более чем одну «1» с остальными значениями равными нулю. Подобным образом, второй член является нулем, если каждый столбец содержит не более чем одну «1». $v_{ik} = 1$ информирует о том, что имеется запрос на маршрутизацию как минимум одного пакета с входной линии i к выходной линии k коммутатора, $v_{ik} = 0$ выражает отсутствие подобного запроса. Мы можем получить итоговый вход (u_{ij}) нейрона ij , используя частичный дифференциальный член энергетической функции. Таким образом, итоговый вход (u_{ij}) нейрона ij представлен следующей формулой:

$$u_{ij} = -A \left(\sum_{k=1}^N v_{ik} - 1 \right) - B \left(\sum_{k=1}^N v_{kj} - 1 \right). \quad (1.9)$$

Для данной $N \times N$ матрицы R , т.е. $N \times N$ матрицы V , обновление матричного элемента v_{ij} уравнений 9 и 2 может произвести новую матрицу V , которая как оптимально так и локально минимальная матрица, т.е. подмножество матрицы V или R с помощью характеристик сходимости нейронной сети Хопфилда с гистерезисными двоичными нейронами.

2 Применение нейронных сетей с гистерезисной функцией активации к сфере телекоммуникаций

2.1 Искусственные нейронные сети как элементы памяти

В работах [8-11] было показано, что ряд систем на основе макромолекул представляет собой прямой аналог нейронной сети Хопфилда. В частности, аналогом нейропроцессора такого типа является любой фрагмент частично диссоциирующей макромолекулы, например слабой поликислоты. В данном случае аналогом отдельного нейрона является карбоксильная группа, которая может находиться в двух состояниях (она либо приобретает единичный отрицательный заряд вследствие диссоциации, либо остается нейтральной). Соответственно, если предположить, что существует нейронная сеть, которая выполняет определенные функции только в силу вполне определенной, присущей ей структуры (предельный случай, когда веса сети являются строго фиксированными), то можно говорить о следующем механизме генерации информации (термин понимается в смысле, придаваемом ему Д.С. Чернавским [12]).

Синтез (направленный или случайный) такой сети обеспечивает возможность выполнения определенных функций, в частности, генерацию более сложных структур. Иными словами, в данном случае можно говорить о «последовательном наращивании» сложности объектов. Это соответствует представлениям о не-дарвиновском механизме эволюции, предложенном в [8, 14].

Первым шагом на пути доказательства сформулированной выше гипотезы является доказательство соответствия нейронных сетей цифровым радиоэлектронным схемам. Этот наглядный пример обеспечивает, помимо прочего, понимание того, как именно сети с фиксированными весовыми коэффициентами обеспечивают выполнение достаточно сложных функций.

Рассмотрим типовую схему RS-триггера, собранную на элементах И-НЕ (Рисунок 2.1). На рисунке 2.2 представлена также диаграмма его состояний; числа в овалах соответствуют состоянию прямого выхода Q и инверсного \bar{Q} . Числа, расположенные рядом со стрелками соответствующих переходов между состояниями, отвечают входным сигналам \bar{S} и \bar{R} .

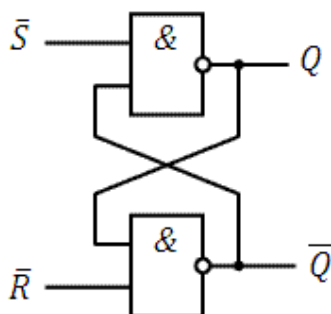


Рисунок 2.1 – Логическая схема RS-триггера, построенная на элементах И-НЕ

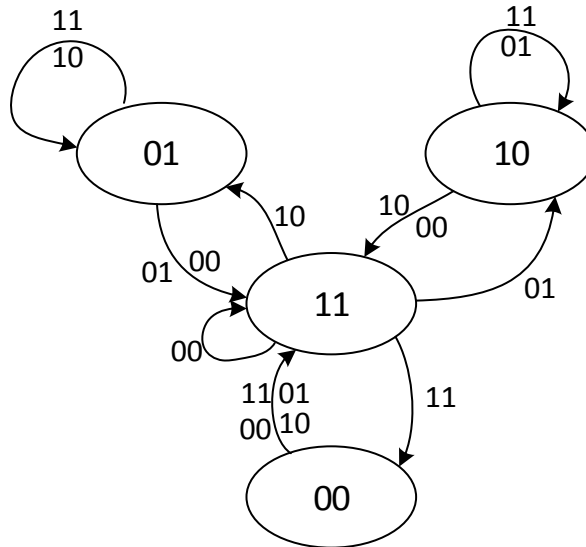


Рисунок 2.2 – Диаграмма состояний RS-триггера, построенного на элементах И-НЕ

Напомним, что для RS триггера разрешенными входными комбинациями считаются 11 (отсутствие управляющего сигнала), 10 (сброс) и 01 (установка), запрещенной считается кодовая комбинация 00 (одновременный сброс и установка).

Триггер может находиться в двух устойчивых состояниях (01 и 10) и в двух неустойчивых, длительность нахождения в которых при подаче на вход разрешенных комбинаций, является минимальной. Из диаграммы видно, что переход из одного устойчивого состояния в другое устойчивое происходит через промежуточное неустойчивое состояние 11 [34].

Покажем, что нейронная сеть Хопфилда (Рисунок 2.3), состоящая из двух нейронов, у которых весовые коэффициенты обратной связи равны -1, имеет аналогичную диаграмму и, соответственно, может выполнять функции RS-триггера. Предполагается, что рассматриваемые элементы обладают ступенчатой функцией активации (Рисунок 2.4).

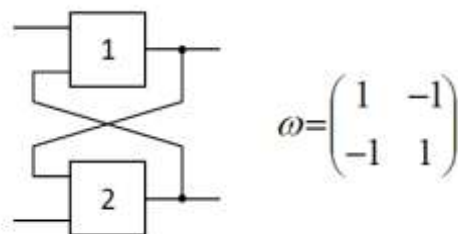


Рисунок 2.3 - Схема из двух нейронов, выполняющая функции RS-триггера, и ее эквивалентная матрица весовых коэффициентов

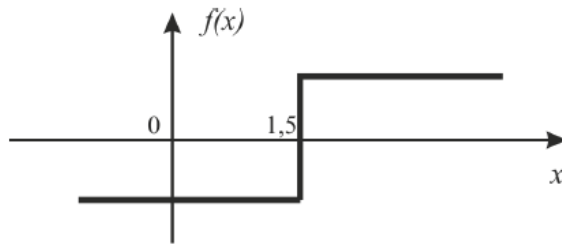


Рисунок 2.4 –Функция активации нейрона, соответствующая выполнению операции И: $f(y)$

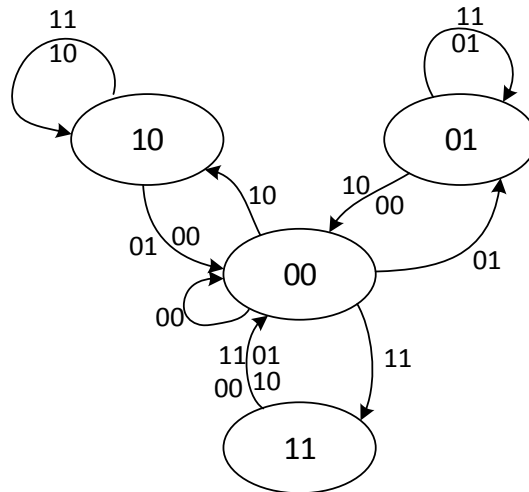


Рисунок 2.5 – Диаграмма состояний нейронной сети Хопфилда, состоящей из двух нейронов, которые имеют функцию активации, изображенную на рисунке 2.2

Диаграмма, изображенная на рисунке 2.5, полностью повторяет диаграмму рисунка 2.2 за исключением того, что в диаграмме, характеризующей нейронную сеть, состояния инвертированы по отношению к диаграмме, описывающей RS-триггер.

Продолжая эту аналогию, можно показать, что существует нейронная сеть, эквивалентная D-триггеру, построенному на элементах И-НЕ (Рисунки 2.6, 2.7).

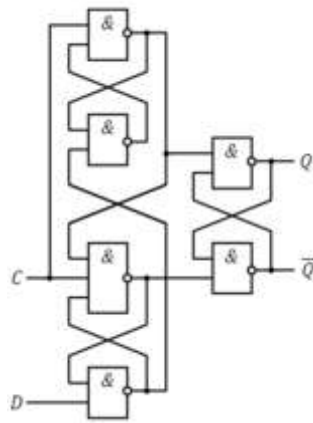


Рисунок 2.6 – Логическая схема D-триггера, построенная на элементах И-НЕ

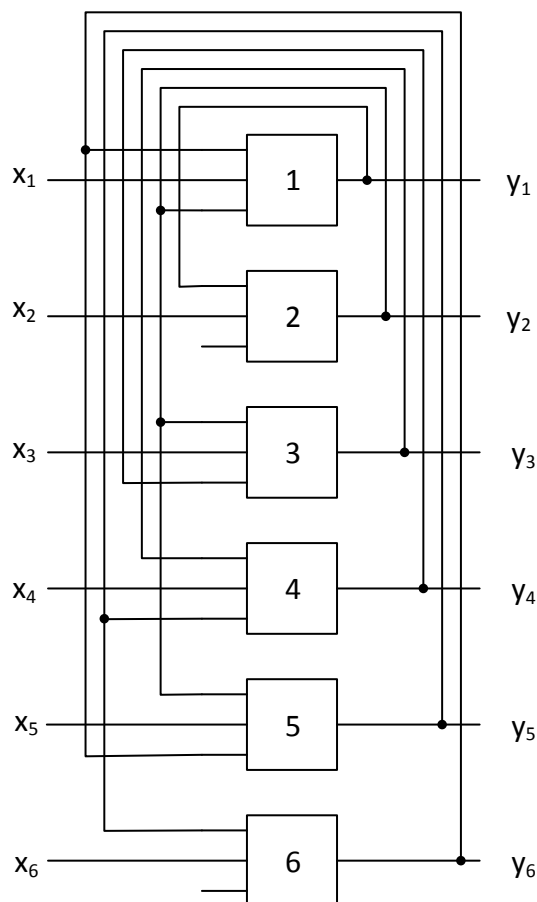


Рисунок 2.7 - Схема нейронной сети Хопфилда, эквивалентная D-триггеру

Дальнейшая разработка этого подхода позволила предложить рассматриваемые ниже инструменты противодействия текущему кризису.

Для преодоления кризисных явлений современного типа необходим комплекс нетривиальных мер, так как любые меры, основанные на использовании сугубо финансовых инструментов (или иных средств,

разрабатываемых на основе чисто экономических теорий) оказываются чрезмерно затратными.

Как известно, экономический блок Правительства Российской Федерации и монетарные власти РФ в текущих условиях сосредоточили усилия на макроэкономических и юридических инструментах противодействия нарастающему кризису (в частности, было осуществлено резкое изменение учетной ставки ЦБ РФ, а также принят целый пакет нормативных актов различного рода). Однако даже беглый анализ текущего экономического положения РФ показывает, что макроэкономические и юридические регуляторы в сложившихся условиях не способны в полной мере противодействовать нарастающему кризису.

В странах с устоявшейся рыночной экономикой (точнее, в странах ядра мировой экономической системы) поведение производителей и поставщиков товаров/услуг определяется, в том числе и наличием развитых институций, служащих, в том числе, противовесом для немотивированного повышения цен, выпуска недоброкачественной продукции и т.д.

Эти институции могут быть как формальными (общественные организации, комитеты и т.д.), так и неформальными, причем последние часто играют более значительную роль. Приведем конкретный пример. Попытки выйти на французский рынок вина с контрафактной продукцией немедленно и предельно жестко пресекались, и будут пресекаться самими производителями вин, рассматривающими себя как членов особой социальной группы, связанной общими интересами, традициями, специфическим самоуважением и т.д. Напротив, в постсоветских странах, в том числе, в Казахстане, борьба с контрафактной продукцией (если она и ведется) осуществляется либо государственными органами, либо непосредственно потребителями. Эффективность соответствующих мер остается крайне низкой. Так, по имеющимся оценкам, около 70% продукции, представленной на рынке РК, и отвечающей наиболее популярным маркам виски, является подделкой. Здесь наиболее существенно, что некорректное поведение отдельных поставщиков продукции определенной категории не вызывает негативной реакции со стороны других поставщиков товаров/услуг той же разновидности. Примеры такого рода, список которых можно продолжать очень долго, как раз и свидетельствуют о неразвитости неформальных институций, комплементарных рыночной экономике.

Обобщая, можно говорить о том, что постсоветские страны на данном историческом этапе сталкиваются со специфическими пост-переходными явлениями. Формирование неформальных институций является инерционным процессом, так как оно неизбежно должно быть связано с перестройкой коллективного сознания соответствующих социальных групп. Сущность пост-переходных явлений состоит как раз в том, что формирование неформальных институций, которые в очень большой степени контролируют экономическое поведение и производителей, и населения в значительной степени отстает от

формирования формальных институций (рыночные отношения, регулируемые на основе законодательства).

Диспропорции рассмотренного выше типа оказывают скрытое, но очень существенное воздействие на экономику стран, завершающих переход от плановой экономики к рыночной. Приведем конкретный пример. Розничные цены на продукцию чешских производителей изделий из хрусталя непосредственно в Праге в два и более раза ниже розничных цен на эти же изделия на рынке Алматы. Двукратное (и более) увеличение розничной цены является распространенной практикой среди фирм, поставляющих на рынок РК многие другие разновидности импортной продукции.

Столь большая маржа, которая не может быть экономически оправдана ни через транспортные, ни через таможенные расходы, однозначно говорит о том, что конкурентные механизмы (по крайней мере, по отношению к фирмам, обеспечивающим импорт) в Казахстане не работают, невзирая на наличие всех формальных институций государства с рыночной экономикой.

Разумеется, можно обсуждать наличие дополнительных факторов, определяющих столь высокую торговую наценку (коррупционная составляющая, внеэкономические формы подавления конкурентов, пытающихся удешевить импортируемую продукцию и т.д.). Однако существование данных факторов не меняет основного вывода: наличие одних только формальных институций, формируемых законодательным путем, еще не отвечает становлению государства с развитой рыночной экономикой. Необходимо также и формирование неформальных институций, комплементарных рыночной экономике.

Следует подчеркнуть, что рассмотрение вопроса об экономически неоправданном уровне прибылей торговых организаций в РК, является только частным примером незавершившегося формирования неформальных институций, комплементарных рыночной экономике, которые могли бы выступать дополнительным регулятором экономического поведения производителей и поставщиков товаров/услуг. Так, существуют более чем значительные диспропорции между расценками на услуги связи в Казахстане и странах с развитой рыночной экономикой, причем наблюдаемый уровень диспропорций никак нельзя объяснить только лишь различием в плотности и численности населения (аргумент, к которому обычно прибегают поставщики услуг мобильной связи).

Однако, даже рассмотрение частного примера, связанного с завешенными (точнее, экономически не мотивированными) торговыми наценками, позволяет говорить о возможности реализации антикризисных программ средствами ИТ-технологий. Покажем это. Еще недавно в казахстанской деловой периодике активно дебатировался вопрос о влиянии обвала рубля на казахстанских производителей, обсуждались и радикальные меры, такие как восстановление таможенных границ внутри стран ЕАЭС.

При этом авторы большинства таких публикаций не принимают во внимание, что завешенные торговые наценки (обусловленные, как отмечалось

выше, специфическими пост-переходными явлениями) оказывают на казахстанского производителя точно такое же негативное воздействие, так как реальная конкурентоспособность товара/услуги зависит от его конечной, т.е. розничной цены. Следовательно, инсталляция регуляторов, основанных на неформальных институтах, вполне может рассматриваться как действенная антикризисная мера, по крайней мере, для постсоветских государств.

В странах ядра мировой экономической системы регуляторы указанного выше типа, обеспечивающие поддержку существования добросовестной конкурентной среды, формировались на протяжении длительного времени, причем во многом с помощью мер, инициированных государством. Такие меры приобретали различные формы, например, реализовывались через различные общественные объединения, через принятие на вооружение соответствующих концепций институциональной экономики и т.д.

Очевидно, что в текущих условиях постсоветские страны не обладают необходимым запасом времени, требуемого для инсталляции указанных выше регуляторов «естественным» путем. Поэтому представляется оправданной разработка пакета мер, обеспечивающих стимулирование их появления в режиме реального времени.

Разработка такого пакета мер может рассматриваться как промежуточный шаг на пути внедрения концепции Индустриализация 4.0. Этот пакет основывается на разработке комплекса IT-технологий, обеспечивающих, в том числе, появление и устойчивое функционирование неформальных институтов, способных стать регуляторами конкурентной среды для постсоветских стран.

Одна из таких технологий предлагается в рамках этой работы. Предлагается средство борьбы с завышенными тарифами на связь, существующими в Казахстане. Вычислительные мощности современных смартфонов, а также большая их плотность в городах позволяют осуществить следующую затею. Предлагается построение сотовой связи без операторов связи, базовых станций центра коммутации. Предлагается реализовать большую нейронную сеть, отдельными нейронами которой будут являться отдельные сотовые телефоны пользователей. То, насколько это возможно и будет рассматриваться в данной работе.

Инсталляция этого формата сама по себе может служить серьезной антикризисной мерой, особенно для РК, так как это позволяет значительно снизить текущие расходы населения на свое жизнеобеспечение, а также перенаправить значительные трудовые ресурсы в отрасли экономики, непосредственно связанные с производством. Упрощая, для населения в этом случае полностью исключается фактор торговой наценки.

Разумеется, смена одного формата на другой (тем более, в масштабах страны) административными мерами не представляется реалистической. Однако такую трансформацию вполне можно осуществить эволюционным путем, отталкиваясь от представлений о потребительской кооперации, развитых еще в 30-е годы прошлого века.

Создание такой сети требует решение целого ряда логистических, информационных, и экономических задач, обеспечивающих удобное использование интерфейса, а также реальную экономическую пользу. При выполнении данного критерия есть все основания полагать, что созданная сеть достаточно быстро перейдет в режим самоорганизации (как это произошло с сетью «ВКонтакте»), обеспечив определенным вклад в структурную трансформацию в экономике, требуемую для системного противодействия кризису.

Расчетная экономия средств бюджета домохозяйства в условиях РК от эксплуатации такой сети достаточно не мала. При средней заработной плате в 150 000 тенге и среднем тарифе на услуги сотовой связи в 2000 тенге экономия получается порядка 1.5 %. Это полностью согласуется также со сформулированным выше тезисом, подчеркивающим, что макроэкономическое регулирование через неформальные институты становится эффективным только тогда, когда такие институты формируют вполне определенную систему.

Перед нами стоит задача построить математическую модель предлагаемой нейронной сети, и проверка возможности существования данной модели.

2.2 Сеть абонентов сотовой связи как аналог нейронной сети

2.2.1 Постановка задачи

Показано, что коммуникационные сети с низкой валентностью элементов могут претерпевать фазовые переходы, в результате которых скачкообразно увеличивается число элементов, образующих максимально возможное количество связей. Такой фазовый переход может также трактоваться как скачкообразный переход от совокупности изолированных элементов к разветвленной сетке.

Результаты, обобщенные в недавних работах [8-10], позволяют утверждать, что в настоящее время изучение эволюции распределения связей между элементами сложной системы, природа которой не конкретизируется, приобретает общенаучное значение. В цитированных работах показано, что модели, построенные на основе рассмотрения графов, образованных узлами с варьируемым числом связей между ними, находят применение для решения задач физики, физической химии, биологии, экологии и социальных наук.

В цитируемых работах, а также в [4, 5] было показано, что допущение о росте числа связей, приходящихся на отдельный элемент, приводит к появлению эффектов, трактуемых как фазовый переход, что позволяет интерпретировать качественные трансформации сложных систем, т.е. раскрывать механизмы их эволюции. Несколько упрощая, можно сказать, что любая система, число связей между элементами которой способно изменяться во времени, скажем, под воздействием внешних факторов, способна переходить скачком из одного состояния в другое.

В работах по исследованию сложных систем, в частности [6,7], как правило, рассматриваются элементы, способные образовывать формально неограниченное число связей. Такой подход во многом сложился по историческим причинам, так как системы рассматриваемого типа с успехом применялись для количественного описания межличностных коммуникаций в сети Интернет [8], распространения эпидемий [9] и т.д.

В то же время, интерес представляют и фазовые переходы в системах, валентность элементов которых остается ограниченной. Примером является образование гидрофильных интерполимерных ассоциатов (ГИА) [10, 11]. Этот малоизученный класс продуктов интерполимерных реакций представляет собой сетку, существующую в динамическом режиме, связи между элементами которой разрушаются и образуются снова, находясь в динамическом равновесии. Предположительно, именно таких продукты как ГИА играют существенную роль для реализации механизмов эволюции, предшествовавшей биологической.

В данной работе показано, что фазовые переходы могут иметь место и для систем, представимых через графы, вершины которых образуют небольшое число связей.

2.2.2 Формулировка модели

Используемая модель представляет собой модификацию предложенной в [4, 5]. Предполагается, что каждый из элементов системы может образовывать L связей с другими элементами, т.е. L есть валентность элемента. Вероятность образования связи пропорциональна числу свободных валентностей. Предполагается, что обрыв связи может происходить самопроизвольно, что характеризуется через частоту обрыва.

Для аналитического описания такого рода процессов будем использовать L -уровневую модель, которая рассматривает образование новой связи между узлами как переход более низкого уровня к более высокому (рисунок 2.8). Формально, этот процесс можно отобразить уравнением, аналогичным уравнению химической реакции:



где $[i]$ – обозначение узла с i связями (узла i -той валентности).

Предполагается, что способность узла формировать новые связи зависит от числа уже сформированных связей, в частности, может существовать предельное (для данной системы число связей – валентность отдельного узла).

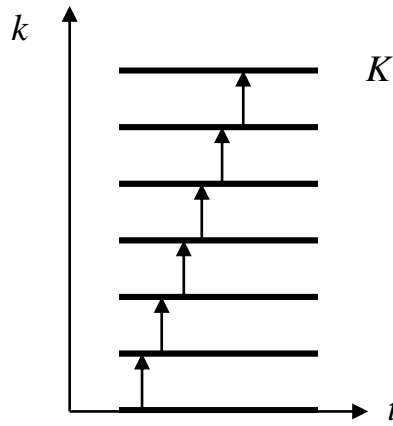


Рисунок 2.8 - K-уровневая схема переходов

В простейшем (для аналитического описания) случае такое предположение приводит к следующему выражению для скорости процесса (2.1):

$$w_{ij} = w_0 \alpha^i \alpha^j N_i N_j, \quad (2.2)$$

где α^i – коэффициенты, характеризуют способность отдельного узла вступать в дальнейшие взаимодействия;

N^i есть число i -элементов (элементов, образовавших i связей);

w_0 – общий размерный множитель (характерная частота образования связей);

w_{ij} – частота реакции (2.1).

В силу характера записи (2.2) можно считать, что $\alpha^0 = 1$.

Выражение (2.2) означает, что связь может возникнуть между двумя узлами, способными их образовывать в соответствии с записью (2.1).

Тогда, увеличение числа связей между узлами можно описывать через уравнения, описывающие переходы между уровнями в L-уровневой системе. Имеем:

$$\frac{dN_0}{dt} = -w_0 N_0 \sum_{j=0} \alpha^j N_j + v_1 N_1, \quad (2.3)$$

$$\frac{dN_k}{dt} = -w_0 \sum_{j=0} \alpha^j \alpha^k N_j N_k + w_0 \sum_{j=0} \alpha^j \alpha^{k-1} N_j N_{k-1} - v_k N_k + v_{k+1} N_{k+1}, \quad (2.4)$$

$$\frac{dN_{K-1}}{dt} = w_0 \sum_{j=0} \alpha^j \alpha^{K-1} N_j N_{K-1} - v_{K-1} N_{K-1}, \quad (2.5)$$

где v_k – частота самопроизвольного разрыва связи.

В уравнениях (2.4) и (2.5) можно выделить общий множитель, преобразовав их к виду:

$$\frac{dN_0}{dt} = -N_0 w_0 \left(\sum_{j=0} \alpha^j N_j \right) + \nu_1 N_1, \quad (2.6)$$

$$\frac{dN_k}{dt} = -w_0 \left(\sum_{j=0} \alpha^j N_j \right) (\alpha^k N_k - \alpha^{k-1} N_{k-1}) - \nu_k N_k + \nu_{k+1} N_{k+1}. \quad (2.7)$$

Прямым суммированием уравнений (2.6) и (2.7) можно легко показать, что должно выполняться условие сохранения полного числа элементов в системе:

$$\sum_0 N_k = C, \quad (2.8)$$

В равновесном случае эти уравнения, очевидно, приобретают вид:

$$-N_0 w_0 \alpha_0 \left(\sum_{j=0} \alpha^j N_j \right) + \nu_1 N_1 = 0, \quad (2.9)$$

$$-w_0 \left(\sum_{j=0} \alpha^j N_j \right) (\alpha^k N_k - \alpha^{k-1} N_{k-1}) - \nu_k N_k + \nu_{k+1} N_{k+1} = 0. \quad (2.10)$$

Обозначим:

$$G = \frac{w_0}{\nu_1} \left(\sum_{j=0} \alpha^j N_j \right). \quad (2.11)$$

Тогда рассматриваемые уравнения можно переписать через данный управляющий параметр как:

$$N_1 = GN_0, \quad (2.12)$$

$$-G(\alpha^k N_k - \alpha^{k-1} N_{k-1}) - \lambda_k N_k + \lambda_{k+1} N_{k+1} = 0, \quad (2.13)$$

где использовано обозначение:

$$\lambda_k = \frac{\nu_k}{\nu_1}, \quad k = 2, 3, \dots, K. \quad (2.14)$$

Очевидно, в данном случае заселенность каждого из уровней в системе описывается рекуррентными соотношениями вида:

$$N_{k+1} = \frac{1}{\lambda_{k+1}} \left(G(\alpha^k N_k - \alpha^{k-1} N_{k-1}) + \lambda_k N_k \right). \quad (2.15)$$

В частности, для уровня с номером 2 можно сразу записать выражение:

$$N_2 = \frac{1}{\lambda_2} G(\alpha^1 N_1 - N_0) + N_1, \quad (2.16)$$

или:

$$N_2 = \left(G \frac{\alpha^1}{\lambda_2} + 1 \right) N_1 - G N_0. \quad (2.17)$$

Откуда:

$$N_2 = \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 N_0. \quad (2.18)$$

Аналогичным образом:

$$N_3 = \frac{1}{\lambda_3} \left(G \left(\alpha^2 \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 N_0 - \alpha^1 G N_0 \right) + \lambda_2 \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 N_0 \right) \quad (2.19)$$

или:

$$N_3 = \frac{\alpha^1 \alpha^2}{\lambda_2 \lambda_3} G^3 N_0. \quad (2.20)$$

2.2.3 Фазовые переходы в системе с четырьмя уровнями

Рассмотрим случай четырехуровневой системы, показав, что даже при минимальном числе уровней в системах, образующих связи могут иметь место фазовые переходы. Воспользуемся соотношением (2.8), имеем:

$$C = \frac{\alpha^1 \alpha^2}{\lambda_2 \lambda_3} G^3 N_0 + \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 N_0 + G N_0 + N_0. \quad (2.21)$$

Из полученного соотношения и выражения (2.11) можно получить уравнение на параметр G , описывающий поведение рассматриваемой системы. Имеем:

$$G = \frac{w_0}{v_1} \left(N_0 + \alpha^1 G N_0 + \alpha^2 \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 N_0 \right). \quad (2.22)$$

Комбинируя (2.19) и (2.20), получаем:

$$G \left(\frac{\alpha^1 \alpha^2}{\lambda_2 \lambda_3} G^3 + \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 + G + 1 \right) = C \frac{w_0}{v_1} \left(1 + \alpha^1 G + \alpha^2 \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 \right). \quad (2.23)$$

При этом заселенности всех четырех уровней рассматриваемой системы выражаются через параметр G как:

$$\frac{N_0}{C} = \frac{1}{\frac{\alpha^1 \alpha^2}{\lambda_2 \lambda_3} G^3 + \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 + G + 1}, \quad (2.24)$$

$$\frac{N_1}{C} = \frac{G}{\frac{\alpha^1 \alpha^2}{\lambda_2 \lambda_3} G^3 + \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 + G + 1}, \quad (2.25)$$

$$\frac{N_2}{C} = \frac{\frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2}{\frac{\alpha^1 \alpha^2}{\lambda_2 \lambda_3} G^3 + \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 + G + 1}, \quad (2.26)$$

$$\frac{N_3}{C} = \frac{\frac{\alpha^1 \alpha^2}{\lambda_2 \lambda_3} G^3}{\frac{\alpha^1 \alpha^2}{\lambda_2 \lambda_3} G^3 + \frac{\alpha^1}{\lambda_2} G^2 + G + 1}. \quad (2.27)$$

что полностью завершает аналитическое описание рассматриваемой системы, которое по существу сводится к решению алгебраического уравнения четвертого порядка (2.23).

2.3 Результаты расчетов

Результаты расчетов представлены на рисунках 2.9–2.15. На рисунке 2.9 показаны зависимости решения уравнения (2.23) от управляющего параметра

$$q = C \frac{w_0}{v_1}, \quad (2.28)$$

при различных значениях остальных параметров, определяющих скорости переходов между уровнями (частоты образования и разрушения связей).

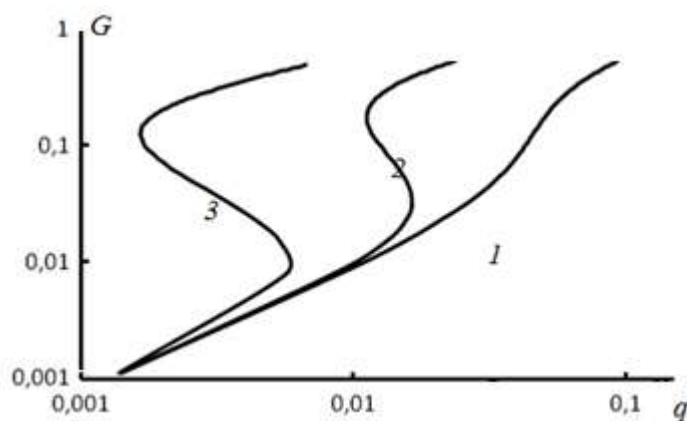


Рисунок 2.9 – Зависимости решения уравнения (2.23), параметр G от управляющего параметра q

Примечание - $\alpha^1 = 10$ (1), 100 (2), 1000 (3); $\alpha^2 = 10$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_3 = 50$.

Видно, что при сравнительно малых значениях частоты α^1 , определяющей скорость заселенности верхнего уровня системы, полученные решения являются монотонными. По мере роста этой частоты кривые теряют монотонность и приобретают S-образный вид, что, в частности, говорит о возможности возникновения гистерезисных эффектов и связанных с ними скачкообразных фазовых переходов. Такие переходы иллюстрируют рисунки 2.10–2.15.

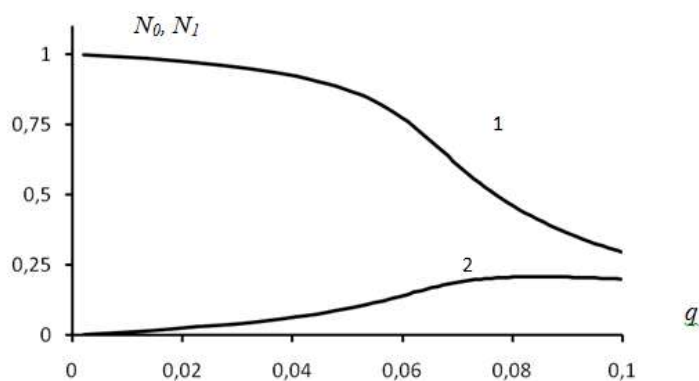


Рисунок 2.10 - Зависимости заселенности уровней 0 (кривая 1) и 1 (кривая 2) от управляющего параметра q

Примечание - $\alpha^1 = 10$, $\alpha^2 = 10$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_3 = 50$.

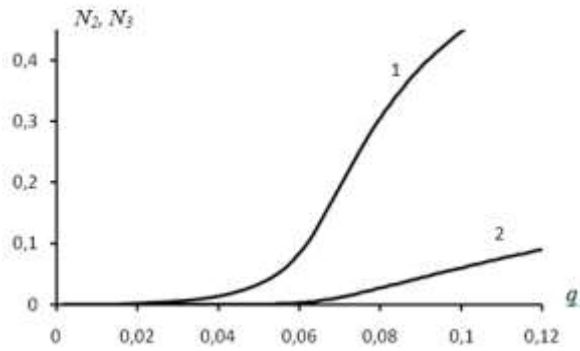


Рисунок 2.11 - Зависимости заселенности уровней 2 (кривая 1) и 3 (кривая 2) от управляющего параметра q
Примечание - $\alpha^1 = 10$, $\alpha^2 = 10$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_3 = 50$.

Из рисунков 2.10 и 2.11 видно, что при сравнительно малом значении частоты α^1 зависимости заселенностей всех уровней системы от управляющего параметра (его можно интерпретировать как приведенное количество элементов системы) носит монотонный характер. Напротив (Рисунки 2.11–2.15) для больших значений указанной частоты все рассматриваемые зависимости становятся S-образными.

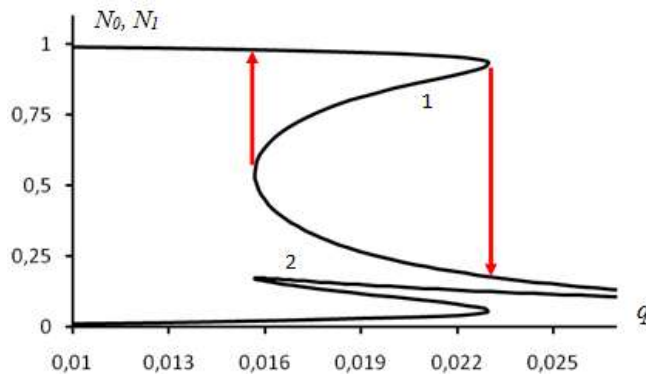


Рисунок 2.12 – Зависимости заселенности уровней 0 (кривая 1) и 1 (кривая 2) от управляющего параметра q
Примечание - $\alpha^1 = 10$, $\alpha^2 = 100$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_3 = 50$.

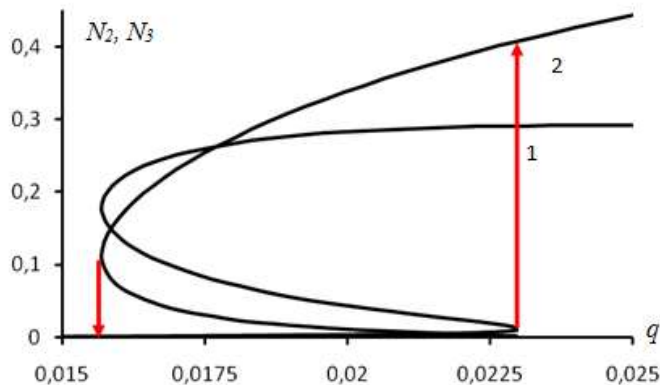


Рисунок 2.13 - Зависимости заселенности уровней 2 (кривая 1) и 2 (кривая 2) от управляющего параметра q
Примечание - $\alpha^1 = 10$, $\alpha^2 = 100$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_3 = 50$.

По мере роста приведенного числа элементов системы, заселенности всех уровней изменяются скачком (правые стрелочки), причем имеет место падение заселенности верхнего уровня практически до нуля (рисунки 2.5, 2.6). Напротив, заселенность верхнего уровня возрастает скачком до сравнительно большого значения (приблизительно до половины всех элементов системы). Это можно интерпретировать как скачкообразное формирование сетки из элементов, оставшихся до этого разрозненными. Аналогичная картина (рисунки 2.14, 2.15) имеет место и для более высоких значений α^1 .

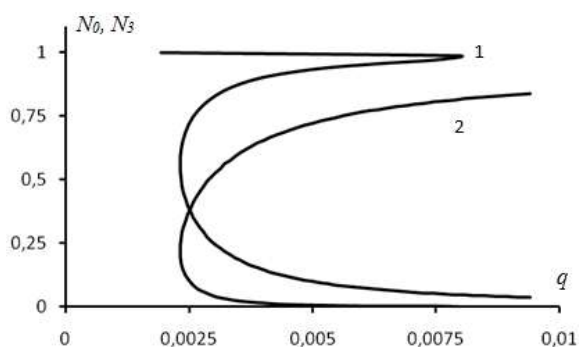


Рисунок 2.14 – Зависимости заселенности уровней 0 (кривая 1) и 3 (кривая 2) от управляющего параметра q
Примечание - $\alpha^1 = 10$, $\alpha^2 = 1000$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_3 = 100$.

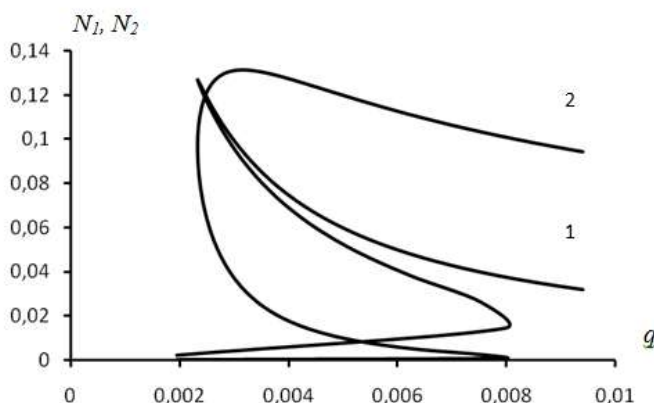
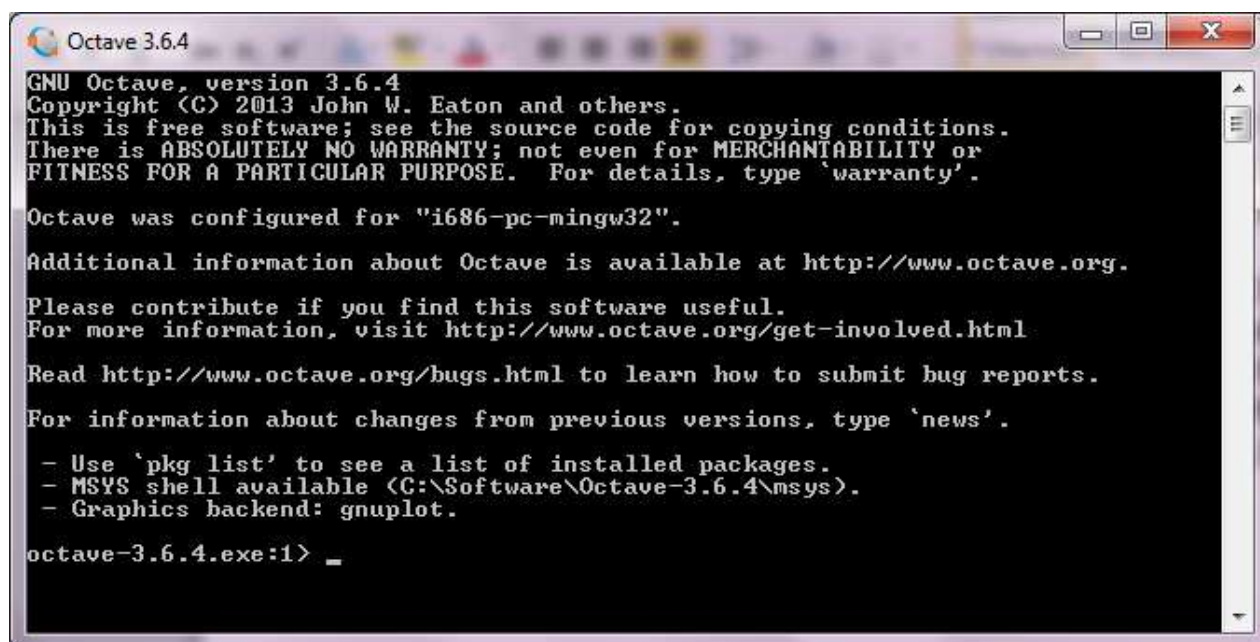


Рисунок 2.15 – Зависимости заселенности уровней 1 (кривая 1) и 2 (кривая 2) от управляющего параметра q
Примечание - $\alpha^1 = 10$, $\alpha^2 = 1000$, $\lambda_2 = 3$, $\lambda_3 = 100$.

Таким образом, в системах, образуемых элементами с конечной валентностью, также могут иметь место фазовые переходы, причем для систем рассматриваемого типа удастся получить явный вид алгебраических уравнений, описывающих их состояние.

Существенно, что фазовые переходы имеют место, в том числе, в системах с очень низкой валентностью элементов (четыре). Условием для возникновения фазового перехода в такой системе является сравнительно высокое значение частоты перехода к состоянию, отвечающему формированию максимального числа связей отдельным элементом системы.

Для выполнения расчетов и получения графиков использовался программный пакет GNU Octave (3.6.4). На рисунке 2.16 приведен скрин рабочего окна программы GNU Octave (3.6.4). Код, использовавшийся при расчетах, приведен в приложении А.



```
GNU Octave, version 3.6.4
Copyright (C) 2013 John W. Eaton and others.
This is free software; see the source code for copying conditions.
There is ABSOLUTELY NO WARRANTY; not even for MERCHANTABILITY or
FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE. For details, type 'warranty'.

Octave was configured for "i686-pc-mingw32".

Additional information about Octave is available at http://www.octave.org.

Please contribute if you find this software useful.
For more information, visit http://www.octave.org/get-involved.html.

Read http://www.octave.org/bugs.html to learn how to submit bug reports.

For information about changes from previous versions, type 'news'.

- Use 'pkg list' to see a list of installed packages.
- MSYS shell available (C:\Software\Octave-3.6.4\msys).
- Graphics backend: gnuplot.

octave-3.6.4.exe:1> _
```

Рисунок 2.16 – Рабочее окно программы GNU Octave (3.6.4)

3 Построение математической модели возникновения иерархических структур в сложных эволюционирующих системах

Изучение сложных сетей, в частности, адаптивных, в настоящее время привлекает повышенное внимание специалистов в различных научных дисциплинах. Так, в работах [12, 13] сетевые структуры используются для описания динамики распространения эпидемий; в работах [14-16] показано, что для решения такого рода задач целесообразно использовать адаптивные сетки. В работах [17, 18] complex networks используются как основа модели, позволяющей описывать распространение слухов (что важно, в частности, для решения современных задач из области маркетинга). Известны работы, в которых сложные сетки применяются в области биологии [19, 20], экологии [21], лингвистике [22], описании процессов, протекающих в обществе в связи с широким распространением Интернета [23], социальных сетях [24, 25] и т.д.

Обобщение результатов, полученных в работах данной направленности, позволяет утверждать, что актуальным является изучение сложных, в том числе, адаптивных сетей как таковых [26, 27]. Такого рода системы демонстрируют весьма нетривиальное поведение, в частности, в них зачастую имеют место качественные трансформации, интерпретируемые как фазовые переходы [28], более того, сложные сетки оказываются удобным объектом для изучения эволюционных процессов [29] с максимально общих позиций.

Такая постановка вопроса представляет значительный интерес, особенно, если проводить аналогию с поведением нейронных сетей, которые также способны эволюционировать [30, 31]. А именно, нейронные сети представляют собой наглядный пример объекта, поведение которого определяется не столько свойствами отдельных элементов, сколько структурой и характером существующих между ними связей. Сходным образом, изучение абстрактных моделей сложных сетей позволяет понять, насколько существенным для реализации тех или иных эволюционных механизмов являются специфические свойства элементов конкретной системы, позволяет в перспективе выделить общие механизмы эволюции сложных систем.

С позиций теории сложных сетей интерес представляет изучение гидрофильных интерполимерных ассоциатов (ГИА) – объекта, природа которого была раскрыта сравнительно недавно [32]. В соответствии с [32], гидрофильный интерполимерный ассоциат представляет собой динамическую сетку, образованную двумя типами взаимодействующих макромолекул. Это принципиально отличает его от ранее известных продуктов реакции между двумя водорастворимыми полимерами – интерполимерных комплексов (ИПК), изучению которых была посвящена обширная литература, в частности, [30-33].

Природу ГИА иллюстрирует рисунок 3.1, подчеркивающий различие между ГИА и ИПК.

Такой объект как ГИА заслуживает рассмотрения с позиций моделей, используемых для описания сложных сетей и их эволюции по следующей причине.

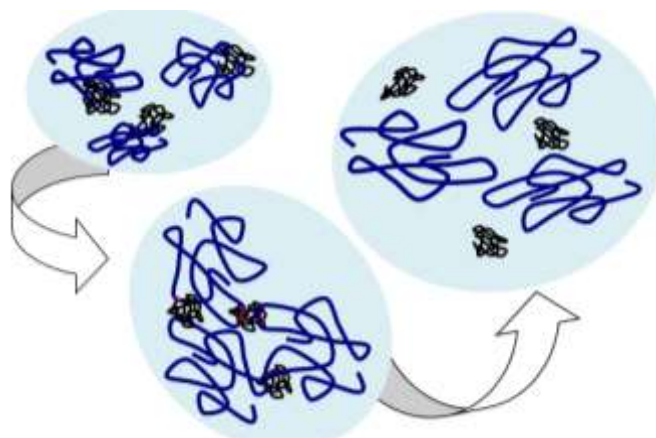


Рисунок 3.1 – Схема последовательных переходов в системе, формирующей ГИА: комплекс (ИПК) – ассоциат (ГИА) – не взаимодействующие макромолекулы

Энергия отдельной водородной связи, которую образуют функциональные группы макромолекул, сравнительно низка. Фрагмент одной макромолекулы достаточно устойчиво соединяется с фрагментом другой макромолекулы только тогда, когда между ними формируется достаточно большое число водородных связей, т.е. здесь существенное значение имеют конформации взаимодействующих макромолекулярных фрагментов, так как для формирования большого числа водородных связей существенное значение имеет пространственное распределение функциональных групп. Следовательно, различие между ГИА и ИПК можно провести, отталкиваясь от числа связей между двумя макромолекулами различной природы. Если число таких связей сравнительно невелико, то степень набухания взаимодействующих макромолекулярных клубков остается большой (объекты остаются растворимыми в воде [32]). Соответственно один макромолекулярный клубок первого типа может взаимодействовать с несколькими клубками второго типа, формируя динамическую сетку. Напротив, если число таких связей велико, то взаимодействия становятся парными, а продукт реакции теряет растворимость.

Данный пример сложной сетки физико-химической природы показывает, что в модели, описывающие поведение сетей (в том числе, на уровне абстрактных моделей) целесообразно вводить также параметры в той или иной степени учитывающие энергетику формирования связей между элементами.

В данной работе показано, что учет такого рода параметра приводит к нетривиальным эффектам, в том числе к фазовым переходам в сравнительно простых системах.

В данной работе рассматривается упрощенная модель, позволяющая проследить за фазовыми переходами в системах, в которых формирование связей зависит от параметра, допускающего интерпретацию с точки зрения энергетики рассматриваемых процессов, допускающих интерпретацию с точки зрения эволюции системы связей. Данная модель отличается от предложенных ранее, в том числе, возможностью для учета специфики формирования физико-химических сетей, например, таких как ГИА.

А именно, предполагается, что:

- а) каждый из узлов системы обладает конечной валентностью L ;
- б) вероятность образования новой связи между двумя элементами системы пропорциональна произведению числа свободных валентностей этих узлов $(L-m)(L-n)$, где m – число занятых валентностей первого узла, n – второго;
- в) существует фактор s (весовой коэффициент), который отражает «выигрыш» при образовании новых связей (применительно к физико-химическим системам это, очевидно, является выигрыш в энергии при образовании новой связи).

При сделанных предположениях динамика образования связей между элементами системы описывается следующими уравнениями (используется приближение, не учитывающее конкретную пространственную структуру связей):

$$\frac{dN_0}{dt} = -\alpha_0 w_0 N_0 \sum_{j=0} \alpha_j N_j + \nu_1 N_1, \quad (3.1)$$

$$\frac{dN_k}{dt} = -w_0 \alpha_k N_k \sum_{j=0} \alpha_j N_j + \nu_{k+1} N_{k+1} + w_0 N_{k-1} \alpha_{k-1} \sum_{j=0} \alpha_j N_j - \nu_k N_k, \quad (3.2)$$

где предполагается, что частота образования связи между узлом, обладающим m связями (m -элемент) и узлом, обладающим n связями (n -элемент), есть:

$$w_{mn} = w_0 \alpha_m \alpha_n = w_0 \frac{1}{L^2} s^m (L-m) s^n (L-n). \quad (3.3)$$

Частота обрыва одной из связей ν_k , приходящихся на k -элемент есть:

$$\nu_k = k \nu_1. \quad (3.4)$$

Если связей несколько, то вероятность того, что разорвется только одна из них в соответствующее число раз больше, чем вероятность разрыва единственной связи, L – максимальное число связей для данного узла (валентность узла), N_k – число k -элементов.

Используемая модель формирования связей между узлами системы позволяет получить уравнения, описывающие заселенность каждого из уровней системы при любых значениях коэффициентов α_k и ν_k . Покажем это. Сформируем частичные суммы вида:

$$S_0 = N_0, \quad (3.5)$$

$$S_k = N_0 + N_1 + \dots + N_k, \quad (3.6)$$

$$S_L = N_0 + N_1 + \dots + N_L = C, \quad (3.7)$$

где C – полное число элементов в системе.

Тогда на основании (3.1) и (3.2) можно записать:

$$\frac{dS_k}{dt} = -w_0 \alpha_k N_k \sum_{j=0} \alpha_j N_j + \nu_{k+1} N_{k+1}. \quad (3.8)$$

Соотношение (3.8) можно интерпретировать следующим образом: полное изменение числа элементов на уровнях до k -го включительно происходит только за счет переходов между k -тым и j -ым уровнями, откуда и вытекает (3.8). В равновесном случае:

$$-w_0 \alpha_k N_k \sum_{j=0} \alpha_j N_j + \nu_{k+1} N_{k+1} = 0. \quad (3.9)$$

Откуда следует рекуррентное соотношение, позволяющее определить заселенность всех уровней системы:

$$N_{k+1} = \alpha_k N_k \frac{w_0}{\nu_{k+1}} \sum_{j=0} \alpha_j N_j. \quad (3.10)$$

Существенно, что в (3.10) входит общий для всех множитель:

$$G = \frac{w_0}{\nu_1} \sum_{j=0} \alpha_j N_j. \quad (3.11)$$

Это означает, что при сделанных предположениях распределение элементов системы по уровням (по числу связей, приходящихся на отдельный узел) действительно задается рекуррентными соотношениями с ограниченным числом управляющих параметров.

$$N_k = \alpha_{k-1} N_{k-1} \frac{\nu_1}{\nu_k} G. \quad (3.12)$$

На основании (3.12), в частности, можно сделать вывод, что заселенность каждого из уровней прямо пропорциональна заселенности нижнего уровня (числу элементов, не сформировавших ни одной связи):

$$N_k = b_k G N_0, \quad (3.13)$$

где множитель b_k также определяется рекуррентной формулой:

$$b_k = \alpha_{k-1} b_{k-1} \frac{v_1}{v_k}. \quad (3.14)$$

Используя (3.11) и (3.13), можно получить уравнение на значение управляющего параметра G :

$$G = N_0 \frac{w_0}{v_1} \sum_{k=0} \alpha_k b_k G^k, \quad (3.15)$$

где заселенность нижнего уровня определяется из условия сохранения полного числа элементов системы (3.7). Имеем:

$$G = C \frac{w_0}{v_1} \frac{\sum_{k=0} \alpha_k b_k G^k}{\sum_{k=0} b_k G^k}. \quad (3.16)$$

Уравнение (3.16) позволяет получить управляющий параметр G и, тем самым, полностью описать рассматриваемую систему. Покажем вначале, что в наиболее простом частном случае полученные соотношения приводят к хорошо известному распределению элементов системы по числу формируемых ими связей, а затем получим явные соотношения для случая, в котором частоты переходом между уровнями описываются формулами (3.3) и (3.4).

В самом простом случае рассматриваемая модель приводит к биномиальному распределению элементов системы по числу формируемых ими связей.

Будем считать, что множители, задающие частоты образования новых узлов, не зависят от k :

$$\alpha_j = \alpha = const. \quad (3.17)$$

Тогда из (3.16) можно сразу получить значение управляющего параметра G :

$$G = \alpha C \frac{w_0}{v_1}, \quad (3.18)$$

а рекуррентные соотношения (3.10) приобретают очень простой вид:

$$N_{k+1} = \alpha N_k \frac{1}{k+1} G. \quad (3.19)$$

причем для первого уровня выполняется:

$$N_1 = \alpha N_0 G. \quad (3.20)$$

Это позволяет записать выражение для распределения частиц по уровням в явном виде:

$$N_{k+1} = \frac{1}{k+1} \alpha G N_k = \frac{1}{(k+1)!} (\alpha G)^{k+1} N_0. \quad (3.21)$$

Можно видеть, что в рассматриваемом простейшем случае поведение элементов системы подчиняется хорошо известному распределению. В частности, если число уровней в системе велико (формально число связей, которые может сформировать каждый из узлов, бесконечно), условие (3.7) приводит к соотношению:

$$\exp(\alpha G) N_0 = C. \quad (3.22)$$

Выражение (3.22) позволяет, в частности, сразу получить формулу для числа элементов, не образовавших связи (нулевой уровень):

$$N_0 = C \exp\left(-\alpha^2 \frac{w_0}{v_1} C\right). \quad (3.23)$$

Тем самым, модель, отвечающая простейшему случаю, допускает аналитическое решение, приводящее к хорошо известным распределениям.

Распределения вида (3.21), рассматриваемые как функции k , обладают единственным максимумом, положение которого сдвигается по оси абсцисс вправо при увеличении параметра G . В частности, это означает, что простейшая модель не отражает поведения многих сложных систем в которых наблюдается «фазовое разделение», т.е. формирование подмножеств узлов, одно из которых отвечает узлам с большим числом связей, а другое – с малым. Такое «фазовое разделение» характерно не только для модельных задач и задач из области физической химии, но и отвечает, скажем, распределению пользователей в социальных сетях по числу контактов. Покажем, что модель,

выражаемая соотношениями (3.3) и (3.4), действительно приводит к бимодальным распределениям.

С учетом предположений (3.3) и (3.4), рекуррентное соотношение (3.14) приобретает вид:

$$b_k = b_{k-1} s^{k-1} \frac{L-k+1}{Lk}. \quad (3.24)$$

Распределения числа элементов системы по уровням, полученное с использованием (3.24), представлено на рисунках 3.2–3.7. При построении рисунков 3.2–3.7 явно использовано рекуррентное соотношение:

$$N_k = N_{k-1} s^{k-1} \frac{L-k+1}{Lk} G. \quad (3.25)$$

Кривая (1) на данных рисунках представляет собой зависимость относительной заселенности уровней системы (нормированную на заселенность самого низкого уровня) от его номера, кривая (2) представляет собой аналогичную зависимость для фактора:

$$f_k = s^{k-1} \frac{L-k+1}{Lk} G. \quad (3.26)$$

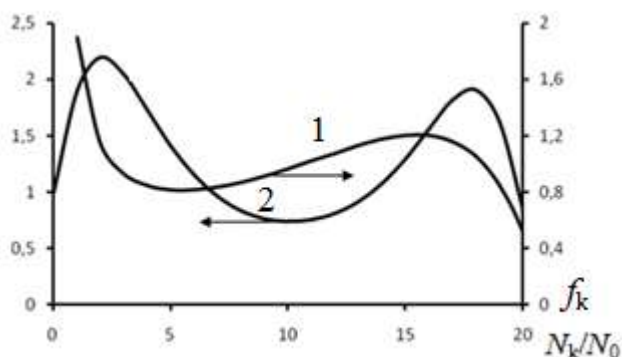


Рисунок 3.2 - Зависимость относительной заселенности N_k/N_0 (кривая 1) и фактора f_k (кривая 2) от номера уровня
Примечание - $L = 20$; $s = 1,28$; $G = 1,9$.

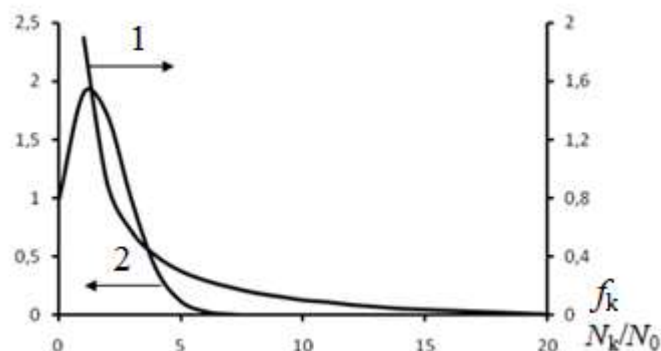


Рисунок 3.3 - Зависимость относительной заселенности N_k/N_0 (кривая 1) и фактора f_k (кривая 2) от номера уровня
Примечание - $L = 20$; $s = 1,28$; $G = 1,9$.

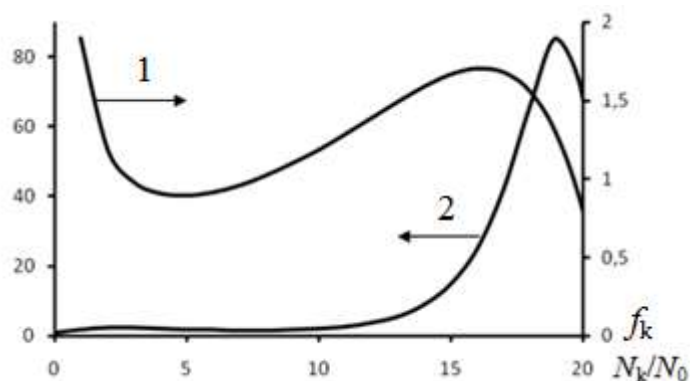


Рисунок 3.4 - Зависимость относительной заселенности N_k/N_0 (кривая 1) и фактора f_k (кривая 2) от номера уровня
Примечание - $L = 20$; $s = 1,31$; $G = 1,9$.

Видно, что существует диапазон значений управляющих параметров, в которых данное распределение действительно является бимодальным. При этом интересно отметить, что вариации параметра s не приводят к существенному изменению местоположения пиков, которые меняются только по амплитуде.

Это позволяет утверждать, что используемая модель действительно отражает фазовое разделение в рассматриваемой системе, где формируются группы узлов с большим и малым числом связей, а заселенность промежуточных уровней всегда остается сравнительно низкой. Подчеркнем, что полученный результат коррелирует с выводами [33], где было показано, что в водном растворе могут сосуществовать различные продукты реакции между двумя взаимодействующими полимерами – и ГИА, и ИПК.

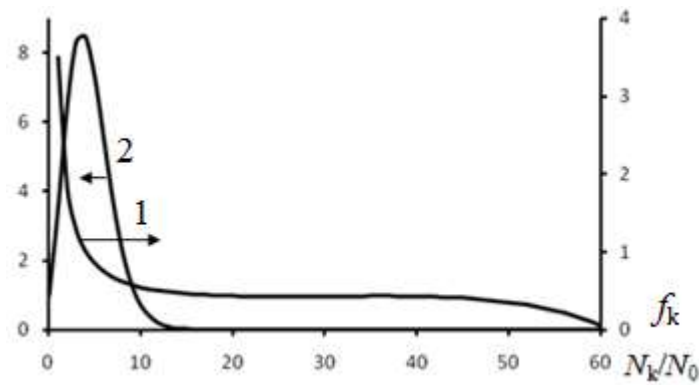


Рисунок 3.5 - Зависимость относительной заселенности N_k/N_0 (кривая 1) и фактора f_k (кривая 2) от номера уровня
Примечание - $L = 60$; $s = 1,07$; $G = 3,5$.

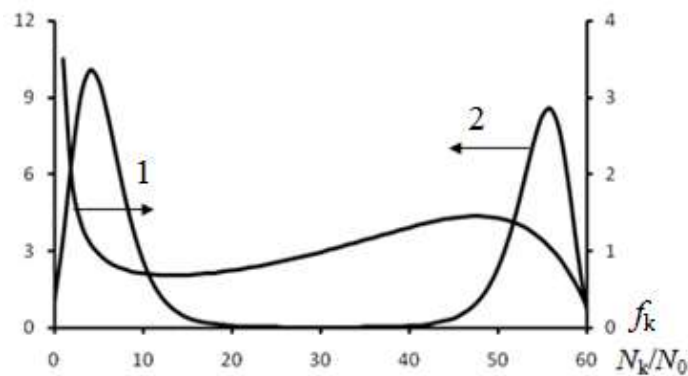


Рисунок 3.6 - Зависимость относительной заселенности N_k/N_0 (кривая 1) и фактора f_k (кривая 2) от номера уровня
Примечание - $L = 60$; $s = 1,105$; $G = 3,5$.

Видно также, что к качественному изменению состояния системы приводят сравнительно небольшие вариации рассматриваемого параметра s . Это, в частности, говорит о том, что характер процессов, протекающих в сетевых структурах весьма чувствителен к факторам, так или иначе связанным с энергетикой формируемых связей.

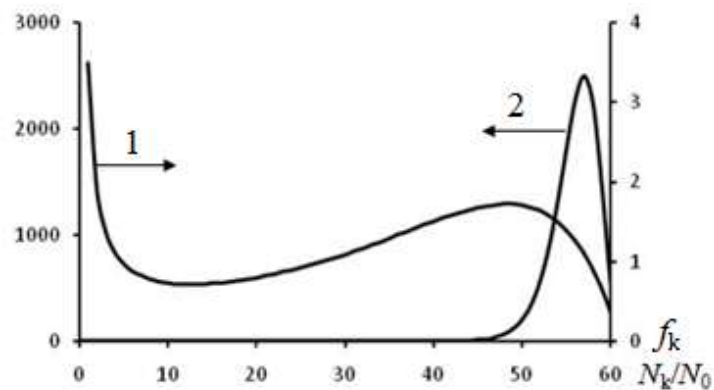


Рисунок 3.7 - Зависимость относительной заселенности N_k/N_0 (кривая 1) и фактора f_k (кривая 2) от номера уровня
Примечание - $L = 60$; $s = 1,105$; $G = 3,5$.

Уравнение (3.16) в рассматриваемом случае приобретает вид:

$$\frac{G \sum_{k=0} b_k G^k}{\sum_{k=0} s^k \frac{L-k}{L} b_k G^k} = \frac{w_0 C}{v_1}. \quad (3.27)$$

От (3.25) можно перейти к формуле, выражающей явную связь между параметром G и управляющими параметрами системы, так как рекуррентное соотношение (3.24) можно преобразовать следующим образом. Формулы для первых значений параметра b_k легко получить непосредственно на основании (3.24):

$$b_1 = G, \quad (3.28)$$

$$b_2 = \frac{1}{2} \exp(\ln s) \frac{L(L-1)}{L^2} G^2, \quad (3.29)$$

$$b_3 = \frac{1}{2} \frac{1}{3} \exp((2+1)\ln s) \frac{L(L-1)(L-2)}{L^3} G^3, \quad (3.30)$$

$$b_4 = \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4} \exp((3+2+1)\ln s) \frac{L(L-1)(L-2)(L-3)}{L^4} G^4. \quad (3.31)$$

Можно видеть, что в данных формулах под знаком экспоненты стоит выражение для суммы арифметической прогрессии. Действуя по индукции, можно показать, что для любого k имеет место:

$$b_k = \exp(\sigma_{k-1} \ln \alpha) \frac{1}{L^k} \frac{L!}{k!(L-k)!} G^k, \quad (3.32)$$

где использовано выражение для суммы арифметической прогрессии:

$$\sigma_k = 1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2} \quad (3.33)$$

или

$$N_k = \exp\left(\frac{(k-1)k}{2} \ln \alpha\right) \frac{1}{L^k} \frac{L!}{k!(L-k)!} G^k N_0. \quad (3.34)$$

На основании (3.34) можно сразу записать уравнения, позволяющие определить параметр G :

$$G = \frac{w_0}{v_1} \sum_{k=0}^{L-1} \frac{L-k}{L} \exp\left(\frac{(k-1)k}{2} \ln s\right) \frac{s^k}{L^k} \frac{L!}{k!(L-k)!} G^k N_0, \quad (3.35)$$

$$N_0 \sum_{k=0}^{L-1} \exp\left(\frac{(k-1)k}{2} \ln s\right) \frac{1}{L^k} \frac{L!}{k!(L-k)!} G^k = C. \quad (3.36)$$

Примеры результатов расчетов, проведенных с использованием формул (3.35) и (3.36), представлены на рисунках 3.8–3.10. Видно, что полученные зависимости имеют S-образную форму, т.е. поведение рассматриваемой системы носит гистерезисный характер, что подчеркивают стрелочки, показанные на рисунке 3.8 (правая соответствует прямому, левая – обратному фазовому переходу). О существовании фазовых переходов оправданно говорить, так как вследствие S-образного характера полученных зависимостей изменение состояния системы по мере увеличения управляющего параметра происходит скачком.

Сопоставление рисунка 3.8 и рисунка 3.9 показывает, что по мере увеличения фактора s гистерезисные явления становятся более выраженными. Это коррелирует с полученной выше формой распределения элементов системы по числу связей: при больших значениях s увеличивается доля элементов, сформировавших большое число связей. Напротив, при малых значениях данного параметра кривые становятся монотонными (Рисунок 3.10). Это, в частности, еще раз говорит о том, что именно использование параметра, в той или иной степени отражающего энергетику рассматриваемых процессов (по крайней мере, на уровне модельных весовых коэффициентов) приводит к нетривиальным эффектам, в том числе появлению фазовых переходов в сетях даже простейшего типа.

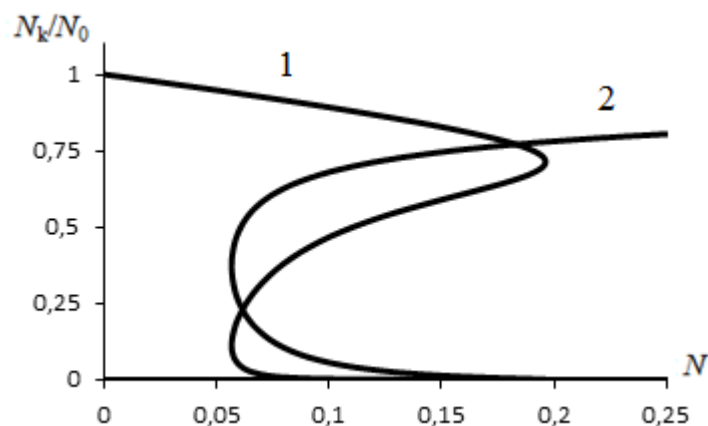


Рисунок 3.8 - Зависимость заселенности верхнего (кривая 1) и нижнего (кривая 2) уровней от параметра (приведенного числа частиц в системе)

Примечание - $L = 10$; $s = 1,9$.

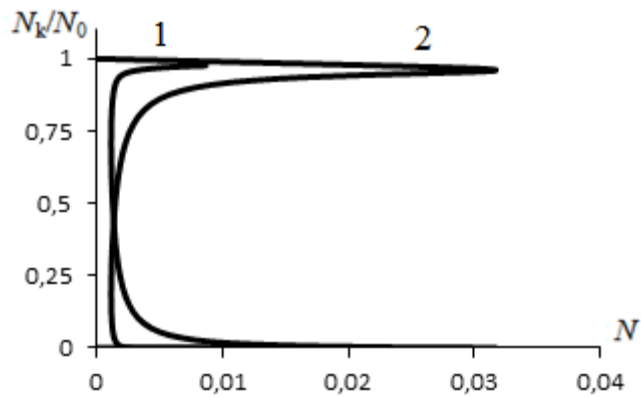


Рисунок 3.9 - Зависимость заселенности верхнего (кривая 1) и нижнего (кривая 2) уровней от параметра (приведенного числа частиц в системе)

Примечание - $L = 10$; $s = 2,9$.

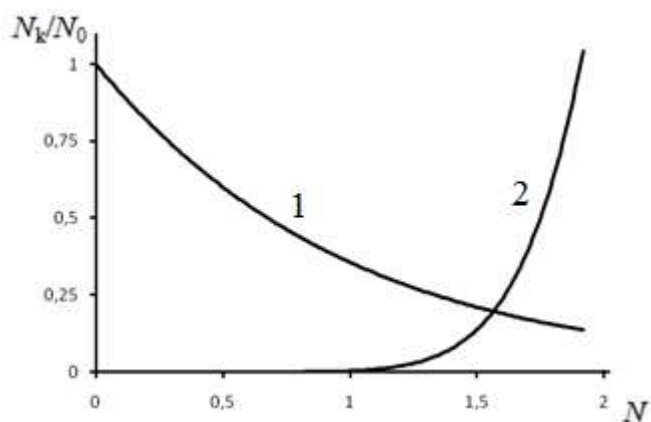


Рисунок 3.10 - Зависимость заселенности верхнего (кривая 1) и нижнего (кривая 2) уровней от параметра (приведенного числа частиц в системе)

Примечание - $L = 10$; $s = 1,14$.

Таким образом, даже сравнительно простые модельные расчеты показывают, что энергетические (или аналогичные им) факторы оказывают весьма существенное влияние на поведение сетей любой природы.

В частности, в таких системах может иметь место сосуществование двух фаз, одна из которых, как показано в данной работе, соответствует пику бимодального распределения, сдвинутому в сторону больших значений числа связей, сформированных отдельным элементом, а другая – с малым. Это означает, что в таких системах устойчиво образуют кластеры, находящиеся в окружении слабо связанных элементов. Данный вывод раскрывает механизм появления иерархических структур с сложных системах любой природы.

Полученные результаты также показывают, что системы рассматриваемого типа характеризуются выраженными фазовыми переходами от слабо связанной сетки к плотной. Это позволяет утверждать, что многие явления, связанные с фазовыми переходами, и наблюдавшиеся в системах различной природы (например, в растворах полимеров, способных формировать сетки за счет межмолекулярных взаимодействий) в

действительности не столь сильно связаны с природой взаимодействующих элементов. Фазовые переходы такого типа, по-видимому, являются общим свойством сложных систем, в которых имеет место зависимость скорости формирования или разрушения связей от управляющего параметра (например, характеризующего энергию связи).

4 Искусственные нейронные сети и блочные корректирующие коды

Коды, допускающие исправление ошибок, широко используются в телекоммуникационной индустрии [27, 28]. Основная идея построения таких кодов основывается на использовании избыточной информации. Так, для передачи одной из 2^4 кодовых комбинаций двоичный (7,4) код Хемминга использует 7 двоичных переменных [27, 28]. Упрощая, можно сказать, что при использовании такого кода 7 двоичных разрядов используется для того, чтобы передать то же количество информации, которую можно было бы передать (при заведомом отсутствии ошибок), используя только 4 разряда.

Три дополнительных двоичных переменные отводятся для того, чтобы исправить ошибку в исходной кодовой комбинации (если она возникает вследствие, например, наличия помех в канале передачи информации).

С точки зрения теории множеств (рисунок 4.1) использование кода с исправлением ошибки можно трактовать следующим образом.

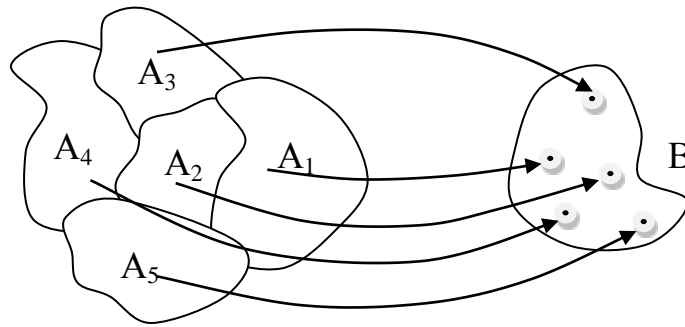


Рисунок 4.1 - Морфизм (сюръекция) множества A на множество B

Примечание – Морфизм задает разбиения множества A на подмножества A_i , каждое из которых отвечает определенной кодовой комбинации с отсутствующей ошибкой.

Множество A всевозможных кодовых комбинаций (в рассмотренном выше примере двоичного (7,4) кода Хемминга – 2^7) разбивается на подмножества A_i , число которых равно числу кодовых комбинаций r , трактуемых как код с исправленной ошибкой (в рассматриваемом примере – 2^4). Любому $a \in A_i$ ставится в соответствие кодовая комбинация с отсутствующей (в частности, исправленной) ошибкой из множества B .

Процедуру распознавания образа нейронной сетью можно рассматривать с точно таких же позиций. Как известно [29, 30], данная процедура состоит в следующем. На входы нейронов, формирующих первый слой сети (ниже для определенности рассматриваются сети прямого распространения), подается совокупность двоичных переменных, трактуемых как распознаваемый образ, возможно, содержащий ошибки. На выходах нейронов последнего слоя сети (предполагается, что данная сеть обучена на соответствующей совокупности образов) формируется совокупность сигналов, составляющих в совокупности исходный образ, не содержащий ошибки.

Можно видеть, что для этой ситуации также применима схема рисунка 4.1. Действительно, в рассматриваемом случае нескольким элементам исходного множества (исходный образ, а также множество образов, отличающихся от него сравнительно малыми вариациями) ставится в соответствие только один элемент – образ, не содержащий ошибки.

Данные соображения представляются, на первый взгляд, тривиальными, однако, ранее такая аналогия не была достаточно полно проанализирована в литературе. Более того, эта аналогия позволяет глубже понять механизм функционирования нейронных сетей, который, по мнению многих авторов, до сих пор считается логически непрозрачным [11].

В данной работе показано, что процедура распознавания образов нейронными сетями прямого распространения может быть исчерпывающе описана в терминах кодов, допускающих исправление ошибок. Показано, что процессы генерации информации, понимаемые в духе [22] также могут рассматриваться на основе данной аналогии.

Для доказательства важности рассматриваемого подхода с точки зрения общей теории эволюции рассмотрим процесс «синтеза» определенной структуры, построенный на основании аналогии с процессом дупликации ДНК. Будем считать, что имеется «алфавит» - некий набор элементов, отличающихся по свойствам, способных формировать цепи (рисунок 4.2).

Предполагается, что элементы могут формировать два типа связей (первые из них являются аналогом ковалентных химических связей, формирующих макромолекулу ДНК, вторые – аналогом водородных связей, формируемых между парами оснований).

При этих предположениях, очевидно, может иметь место процесс, аналогичный дупликации двойной спирали ДНК, представляющей по своей физико-химической природе интерполимерный комплекс [23] (Рисунок 4.2).

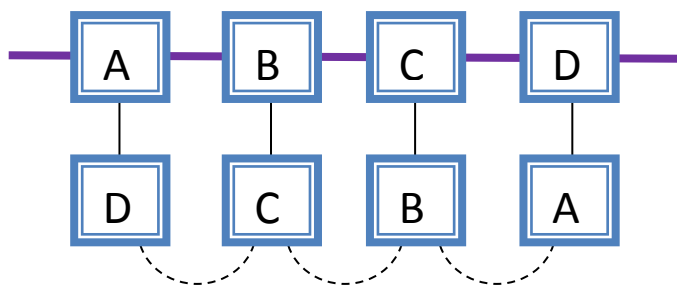


Рисунок 4.2 – Схема сборки вторичной цепи – аналог дупликации ДНК

Такая схема предполагает точное соответствие между парами элементов из используемого «алфавита», что и реализуется в процессе дупликации ДНК. Однако на данный процесс можно посмотреть и более широко (что представляет интерес, в частности, с точки зрения установления механизмов эволюции, предшествовавшей биологической). А именно, если рассматриваемая цепь проявляет свойства, присущие нейронным сетям, то

можно предполагать (это обосновывается ниже), что будет иметь место процесс, аналогичный исправлению ошибки.

Схематически это показывает рисунок 4.3, на котором выделен один из символов, который в рамках развиваемого подхода можно поставить в соответствие «ошибке».

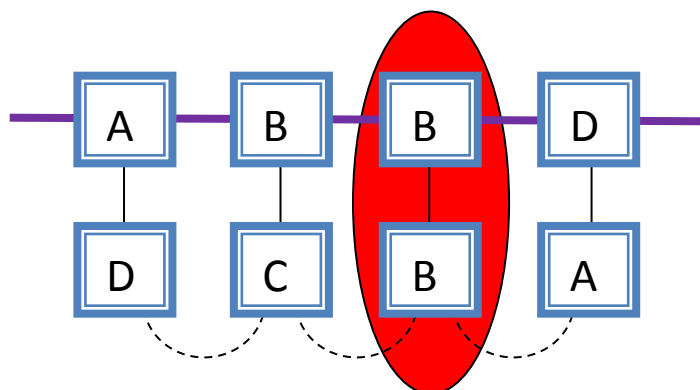


Рисунок 4.3 - Схема сборки вторичной цепи – аналог дупликации ДНК при появлении «ошибки»

Если считывание символов происходит строго попарно, то на месте выделенного символа «В» в нижнем ряду должен был бы стоять символ «С». Однако если в распознавании символов нижнего ряда принимают участие и другие символы цепи, схематически показанной в верхнем ряду (причем их совокупность формирует аналог нейронной сети), то «ошибка» может оказаться «исправленной». Это соответствует тому, что вместо определенной последовательности символов верхнего ряда будет воспроизводиться другая. Данный механизм можно рассматривать как эволюционный при выполнении следующих условий (рассматриваются изолированные фрагменты цепей, т.е. для упрощения рассуждений предполагается, что каждая из рассматриваемых цепей содержит фиксированное конечное число элементов).

а) Рассматриваемые цепи являются относительно стабильными, т.е. их формирование отвечает установлению динамического равновесия.

б) Совокупность «образов», распознаваемых каждой фиксированной совокупностью последовательностей элементов (каждой совокупностью «слов», составленных из символов «алфавита»), является подмножеством множества, отвечающего данной совокупности.

При таких предположениях вместо случайного набора «слов» (цепей сформированных из «символов алфавита» случайным образом) уже на первом шаге процесса формирования – разрушения цепей сформируется множество, содержащее ограниченную совокупность «слов». Легко видеть, что данное утверждение коррелирует с сюръективным характером отображения, схематически представленного на рисунке 4.1.

На следующем шаге процесса формирования – разрушения цепей эта совокупность в силу сделанного предположения окажется еще более суженной (рисунок 4.4).

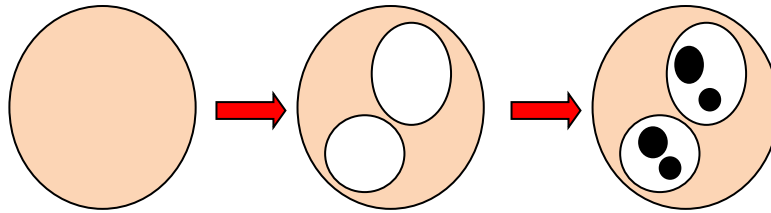


Рисунок 4.4 - Схема, иллюстрирующая роль сюръективных отображений для эволюционного механизма рассматриваемого типа

В итоге можно ожидать появления некоторой стабильной выделенной последовательности «слов», что допустимо трактовать с точки зрения эволюционных механизмов. Отметим, что сходный вывод о существовании последовательностей, названных протокоднными, был сделан в [24] на основании ранее высказанной гипотезы о существовании нейросетевых механизмов эволюции сложных систем [25-28]. Именно это обстоятельство делает столь актуальным анализ нейросетевых свойств систем, содержащих сравнительно небольшое число элементов.

Далее, с точки зрения сюръективного отображения, схема которого показана на рисунке 4.1, предельное число кодов, допускающих исправление заданного количества ошибок, и предельное число образов, распознаваемых нейронной сетью прямого распространения (при том же числе допустимых ошибок), одинаково. С точки зрения теории множеств речь идет о реализации одной и той же сюръекции. Поэтому, определяя предельное число образов, распознаваемых нейронной сетью, можно говорить о предельном числе кодов, допускающих исправление соответствующего количества ошибок.

Пусть число двоичных разрядов кода есть N . Соответственно, общее число возможных кодовых комбинаций есть 2^N . Возможность исправления одной ошибки предполагает, что подмножеству A_i из множества всех возможных кодовых комбинаций A ставится в соответствие одна конкретная кодовая комбинация a_{0i} .

Число элементов множества A_i есть в точности $N + 1$: в него входит сама комбинация a_{0i} , а также N комбинаций, отличающихся от a_{0i} изменением значения одного из разрядов.

Следовательно, максимальное количество комбинаций a_{0i} , допускающих исправление одной ошибки, определяется из соотношения:

$$k_c = \frac{2^N}{1 + N}. \quad (4.1)$$

Формула (4.1) приводит к целочисленным значениям k_c при условии, что:

$$1 + N = 2^M, \quad (4.2)$$

где M - некоторое целое число.

Формула (4.2) приводит к ожидаемому результату $N = 7, 15, 31, \dots$, что соответствует числам разрядов в кодах Хемминга, допускающих исправление одной ошибки.

При условии, что число исправляемых ошибок равно двум, число элементов множества A_i увеличивается на C_N^2 - число кодовых комбинаций, отличающихся от a_{0i} значениями двух разрядов. Соответственно, формула (4.1) переходит в:

$$k_c = \frac{2^N}{1 + N + \frac{1}{2}N(N-1)}. \quad (4.3)$$

В общем случае имеем:

$$k_c = \frac{2^N}{1 + \sum_1^m C_N^m}, \quad (4.4)$$

где m - число исправляемых ошибок.

Откуда вытекает, что число разрядов, отводимых на исправление одной ошибки (при длине кодового слова N и числе исправляемых ошибок m) есть:

$$k = \frac{1}{m} \log_2 \left(1 + \sum_1^m C_N^m \right). \quad (4.5)$$

Зависимости числа разрядов k , необходимых для исправления одной ошибки, от длины кодовой комбинации N при различных m представлены на рисунке 4.5.

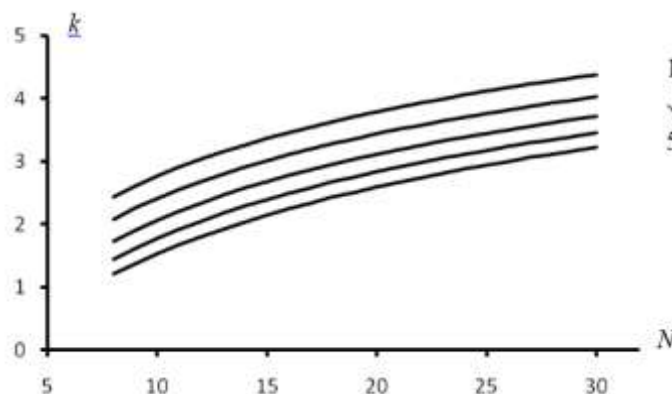


Рисунок 4.5 - Зависимости числа разрядов k , необходимых для исправления одной ошибки, от длины кодовой комбинации N при различных m

Примечание - $m = 2(1), 3(2), 4(3), 5(4), 6(5)$

Видно, что при увеличении числа ошибок, исправляемых в одной кодовой комбинации, число разрядов, требуемых для исправления одной ошибки, уменьшается. Т.е. теоретически выгоднее использовать более длинные комбинации, предусматривающие исправление большего числа ошибок. Видно также, что чем длиннее кодовая комбинация, тем больше дополнительных разрядов требуется на исправление одной ошибки.

Рассмотрим нейронную сеть последовательного распространения (рисунок 4.6). Будем считать, что каждый из слоев сети содержит K_p нейронов, где p – номер слоя, и что связи между нейронами слоя с номером p и слоя с номером $p + 1$ характеризуются весовыми коэффициентами w_{ij}^p .

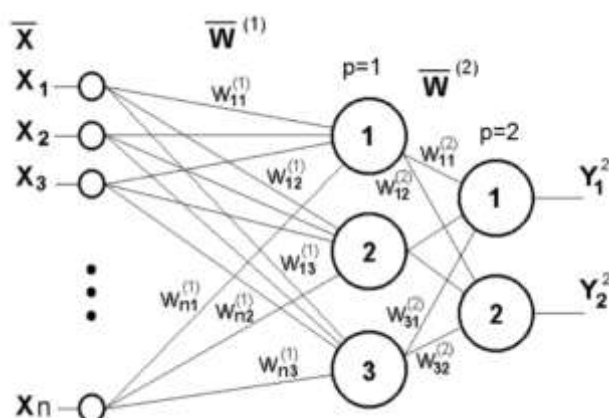


Рисунок 4.6 - Схема используемой нейронной сети последовательного распространения

Каждый отдельно взятый нейрон осуществляет операцию вычисления взвешенной суммы:

$$Y_j^{(p+1)} = \sigma \left(\sum_{i=1}^{K_p} w_{ij}^p Y_i^{(p)} + A_j^{(p)} \right), \quad (4.6)$$

где $Y_i^{(p)}$ - переменные, описывающие состояние выхода нейронов p -того слоя,

i – номер нейрона в слое,

$A_j^{(p)}$ – постоянные, определяющие порог срабатывания j -го нейрона из слоя с номером p .

В простейшем случае функция активации нейрона $\sigma(X)$ является ступенчатой:

$$\sigma(X) = \begin{cases} -1, & X < 0 \\ +1, & X \geq 0 \end{cases}, \quad (4.7)$$

Т.е. вычисление функции активации по существу представляет собой проверку выполнения неравенства:

$$\sum_{i=1}^{K_p} w_{ij}^p Y_i^{(p)} + A_j^{(p)} \geq 0. \quad (4.8)$$

Если это неравенство выполняется, то на выходе соответствующего нейрона формируется знак «+» и наоборот.

Покажем, что процедура распознавания образа нейронной сетью, основанная на использовании неравенств (4.8), может быть действительно истолкована на основе аналогии с процедурами исправления ошибки, основанными на использовании кодов, аналогичных коду Хемминга.

Будем рассматривать кодовые последовательности вида:

$$(s_1, s_2, s_3, \dots, s_N), \quad (4.9)$$

где переменные s_i принимают значения -1 или +1.

Выделим базовые последовательности

$$(s_1^i, s_2^i, s_3^i, \dots, s_N^i), \quad (4.10)$$

которые соответствуют кодовым комбинациям, не содержащим ошибки (i - номер образа, которому соответствует конкретная последовательность двоичных переменных). Для случая кода Хемминга (7,4) число таких комбинаций равно 2^3 , так как множество кодовых комбинаций, соответствующей базовой, в точности равно $8 = 2^3$. (Одна базовая комбинация и семь комбинаций, отличающихся от нее наличием одного ошибочного символа.)

Следовательно, поставленная задача сводится к отысканию базовых комбинаций (кодов, не содержащих ошибки), а также к отысканию алгоритма, позволяющего установить конкретную базовую комбинацию на основе произвольной последовательности вида (4.9).

Если разбиение исходного множества кодовых комбинаций A на подмножества A_i , каждому из которых ставится в соответствие одна из базовых комбинаций, является точным, то любой кодовой комбинации из множества A_i ставится в соответствие вполне определенная базовая комбинация: любой полученный код допускает однозначное прочтение.

Рассмотрим, как можно сформировать множества A_i . Геометрически, каждой из кодовых комбинаций множества A можно поставить в соответствие вершину куба с длиной ребра 2 в N -мерном пространстве; центр симметрии такого куба, очевидно, находится в начале координат.

Условие вида (4.8) можно трактовать следующим образом. В N -мерном пространстве строится гиперплоскость, которая разделяет вершины куба на два подмножества. Еще одна гиперплоскость, не совпадающая с первой, также будет разделять вершины куба на два других подмножества. Совместно они

задают 4 подмножества. M несовпадающих гиперплоскостей, каждая из которых разделяет множество вершин рассматриваемого куба на два подмножества B_k^+ и B_k^- , где k - номер гиперплоскости, порождают пересечения вида:

$$Q(p_1, p_2, \dots, p_M) = \bigcap B_1^{p_1} B_2^{p_2} \dots B_M^{p_M} . \quad (4.11)$$

Символы p_i в соотношении (4.11) используются следующим образом. Если p_i принимает значение +1, то соответствующий верхний индекс в правой части формулы (4.11) также есть «+» и наоборот.

Условия (4.8) трактуемые с учетом знака будут выполняться, если имеет место:

$$(p_1, p_2, \dots, p_M) \in Q(p_1, p_2, \dots, p_M) = \bigcap B_1^{p_1} B_2^{p_2} \dots B_M^{p_M} . \quad (4.12)$$

Т.е. соответствующая вершина N -мерного гиперкуба должна лежать в той области, которая определяется пересечением полупространств B_k^\pm с выбором знака, отвечающего k -му символу в последовательности логических переменных, задающих также координаты соответствующей вершины гиперкуба.

Иначе говоря, далеко не все вершины гиперкуба отвечают разрешенным комбинациям: соотношение (4.12) подразделяет их на разрешенные и запрещенные. При условии, что на вход нейронной сети поступает последовательность символов, отвечающая запрещенной комбинации, процедура распознавания будет приводить к выбору одной из разрешенных. Присоединяя к области Q_i , отвечающей одной из разрешенных комбинаций множества Q_s , отвечающие соответствующим запрещенным комбинациям, получим множества A_i .

Таким образом, процедура распознавания образов, задаваемых в виде последовательности двоичных переменных, нейронными сетями действительно может быть истолкована на основании аналогии с процедурами исправления ошибок такими кодами, как код Хемминга.

Основное значение предложенной трактовки процедуры распознавания образов нейронными сетями состоит в следующем. Как правило [29-31], в теории нейронных сетей рассматриваются сети, содержащие значительное число элементов. Возможность реализовать нейронную сеть, обеспечивающую, скажем, исправление ошибки в кодах Хемминга, однозначно показывает, что существуют работоспособные аналоги нейронных сетей, содержащих относительно небольшое число элементов.

Именно это обстоятельство позволяет утверждать, что даже сравнительно небольшие фрагменты нейронных сетей, формирующихся естественным путем, способны выделять определенные структуры,

отвечающие в использованной выше терминологии разрешенным кодовым комбинациям.

В частности, с этих позиций можно высказать обоснованное предположение, что любая нейронная сеть, сформированная в растворе гидрофильных макромолекул, по существу генерирует информацию (термин понимается в духе Д.С. Чернавского [22]). Среди случайных последовательностей нейронная сеть выделяет вполне определенные. В частности, можно предполагать, что именно такие последовательности – информация, порожденная самой структурой нейронной сети, – явились прообразом структур, впоследствии приведших к появлению механизма наследуемой информации – генетическому коду.

Заключение

Таким образом, в ходе выполнения магистерской диссертации были получены следующие результаты.

а) Выполнено построение имитационных моделей, описывающих эволюционные процессы с использованием аналога формального нейрона предложенного типа. При этом установлено, что существует асимметричная нейронная сеть Хопфлда, выполняющая те же функции, что и RS- и D-триггеры. Показано, что существование такой сети создает предпосылки для реализации вычислительных и логических систем на основе макромолекул, поскольку многие системы на основе гидрофильных полимеров являются прямыми аналогами нейронных сетей в силу их собственных физико-химических свойств. Сформулирована гипотеза о том, что любая цифровая радиоэлектронная схема может быть реализована через нейронную сеть, обладающую соответствующими коэффициентами. Создание такой сети требует решение целого ряда логистических, информационных и экономических задач, обеспечивающих удобное использование интерфейса, а также реальную экономическую пользу. Результаты этого раздела создают основу для разработки принципиально новых антикризисных инструментов. Дальнейшая разработка этого подхода позволила предложить рассматриваемые ниже инструменты противодействия текущему кризису.

б) Изучено влияние характера связей в исследуемой системе на протекающие в ней эволюционные процессы. Показано, что коммуникационные сети с низкой валентностью элементов могут претерпевать фазовые переходы, в результате которых скачкообразно увеличивается число элементов, образующих максимально возможное количество связей. Такой фазовый переход может также трактоваться как скачкообразный переход от совокупности изолированных элементов к разветвленной сетке. Таким образом, в системах, образуемых элементами с конечной валентностью, также могут иметь место фазовые переходы, причем для систем рассматриваемого типа удастся получить явный вид алгебраических уравнений, описывающих их состояние.

Существенно, что фазовые переходы имеют место, в том числе, в системах с очень низкой валентностью элементов (четыре). Условием для возникновения фазового перехода в такой системе является сравнительно высокое значение частоты перехода к состоянию, отвечающему формированию максимального числа связей отдельным элементом системы.

в) Выполнено построение математической модели возникновения иерархических структур в сложных эволюционирующих системах. При этом была рассмотрена модель формирования сетки, учитывающая весовые коэффициенты скорости образования и разрушения кратных связей между элементами системы. Показано, что учет таких коэффициентов приводит к нетривиальным эффектам, в частности, к появлению бимодальных распределений элементов системы по числу сформированных ими связей, а

также к появлению фазовых переходов даже в наиболее простых сетках. На этой основе дается интерпретация механизмов возникновения иерархических структур в сложных системах произвольной природы. Обсуждаются возможности использования полученных результатов для установления механизмов самоорганизации сложных систем. На этой основе дается интерпретация механизмов возникновения иерархических структур в сложных системах произвольной природы. Установлено, что системы рассматриваемого типа характеризуются выраженными фазовыми переходами от слабо связанной сетки к плотной. Это позволяет утверждать, что многие явления, связанные с фазовыми переходами, и наблюдавшиеся в системах различной природы (например, в растворах полимеров, способных формировать сетки за счет межмолекулярных взаимодействий) в действительности не столь сильно связаны с природой взаимодействующих элементов. Фазовые переходы такого типа являются общим свойством сложных систем, в которых имеет место зависимость скорости формирования или разрушения связей от управляющего параметра (например, характеризующего энергию связи).

г) Построена общая математическая модель генерации информации в сложных эволюционирующих системах с использованием аналогии с нейронными сетями. При этом показано, что процедура распознавания образа нейронной сетью может рассматриваться с тех же самых позиций, что и процедура применения кода, корректирующего ошибки. Данная аналогия позволяет утверждать, что нейронные сети, возникающие естественным путем, например, в водных растворах гидрофильных полимеров, обеспечивают появление выделенных структур. Это в свою очередь позволяет сделать вывод о существовании нейросетевых механизмов эволюции, связанных с процессами генерации информации. Процедура распознавания образов, задаваемых в виде последовательности двоичных переменных нейронными сетями, может быть истолкована на основании аналогии с процедурами исправления ошибок такими кодами, как код Хемминга. Установлено, что даже сравнительно небольшие фрагменты нейронных сетей, формирующихся естественным путем, способны выделять определенные структуры, отвечающие кодовым комбинациям.

Высокий уровень научной значимости полученных результатов состоит в том, что их совокупность позволяет предложить новую базовую математическую основу для использования искусственных нейронных сетей в телекоммуникационной сфере в новом ключе.

Практическая значимость полученных результатов определяется созданием предпосылок для разработки новых устройств и технологий в сфере телекоммуникаций.

Список литературы

- 1 A binary Hopfield neural network with hysteresis for large crossbar packet-switches. Guangpu Xia_, Zheng Tang, Yong Li, Jiahai Wang. Faculty of Engineering, Toyama University, Toyama-shi 930-8555, Japan, 2011\
- 2 J.J. Hopfield, Neurons and physical systems with emergent collective computational abilities, Proc. Natl. Acad. Sci. USA 79 (1982) 2554–2558.
- 3 J.J. Hopfield, Neurons with graded response have collective computational properties like those of two-state neurons, Proc. Natl. Acad. Sci. USA 81 (1984) 3088–3092.
- 4 J.J. Hopfield, D.W. Tank, “Neural” computation of decisions in optimization problems, Biol. Cybern. 52 (1985) 141–152.
- 5 D.W. Tank, J.J. Hopfield, Simple “neural” optimization networks: an A/D converter, signal decision circuit, and a linear programming circuit, IEEE Trans. Circuits Syst. CAS-33 (1986) 533–541.
- 6 Y. Takefuji, K.C. Lee, An hysteresis binary neuron: a model suppressing the oscillatory behavior of neural dynamics, Biol. Cybern. 64 (5) (1991) 353–356.
- 7 M. Tateishi, S. Tamura, Comments on “Artificial neural networks for four-coloring map problems and K-colorability problems”, IEEE Trans. Circuits Syst. I: Fundam. Theory Appl. 41 (3) (1994) 248–249.
- 8 L. Wang, Discrete-time convergence theory and updating rules for neural networks with energy functions, IEEE Trans. Neural Networks 8 (2) (1997) 445–447.
- 9 G. Galar n-Marín, J. Muñoz-Perrez, A new input-output function for binary Hopfield neural networks, Proceedings of the International Work-Conference on Artificial and Natural Neural Networks: Foundations and Tools for Neural Modeling, June 1999, pp. 311–320.
- 10 S. Bharitkar, J.M. Mendel, The hysteretic Hopfield neural network, IEEE Trans. Neural Networks 11 (4) (2000) 879–888.
- 11 M.J.S. Smith, C.L. Portmann, Practical design and analysis of a simple “neural” optimization circuit, IEEE Trans. Circuits Syst. 36 (1) (1989) 42–50.
- 12 Albert R., Barabási A. L. Statistical Mechanics of Complex Networks // Reviews of modern physics. - 2001. - Vol. 74, № 1. - P. 47–97.
- 13 Pastor-Satorras R., Vespignani A. Evolution and Structure of Internet: A Statistical Physics Approach. - Cambridge University Press, 2004. – 284 p.
- 14 Newman M.E.J. The Structure and Function of Networks // Computer Physics Communications. - 2002. - Vol. 147. - P. 40–45.
- 15 J. Marro, R. Dickman. Nonequilibrium Phase Transitions in Lattice Models // Journal of Statistical Physics. - 1999. - P. 1417–1418.
- 16 Wang D.W.D. et al. Phase transition in complex networks // American Control Conference. - 2009. - P. 3310–3313.
- 17 Zadorozhnyi V.N., Yudin E.B. Growing network: Models following nonlinear preferential attachment rule // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. - 2015. - Vol. 428. - P. 111–132.

- 18 Caldarelli G. et al. Scale-Free networks from varying vertex intrinsic fitness // *Physical Review Letters*. – 2002. – Vol. 89, № 25. – P. 258-265.
- 19 Ciampaglia G.L., Ferrara E., Flammini A. Collective behaviors and networks // *EPJ Data Science*. - 2014. - P. 4–9.
- 20 Pastor-Satorras R., Vespignani a. Epidemic dynamics and endemic states in complex networks // *Physical Review*. - 2001. - Vol. 63, № 6. - P. 117-121.
- 21 Suleimenov I., Güven O., Mun G., Beissegul A., Panchenko S., Ivlev R. The formation of interpolymer complexes and hydrophilic associates of poly (acrylic acid) and non-ionic copolymers based on 2-hydroxyethylacrylate in aqueous solutions // *Polymer International*. – 2013. – Vol.62, № 9. – P. 1310-1315.
- 22 Suleimenov I., Shaltykova D., Sedlakova Z., Mun, G., Semenyakin N., Kaldybekov D., Obukhova P. Hydrophilic Interpolymer Associates as a Satellite Product of Reactions of Formation of Interpolymer Complexes // *Applied Mechanics and Materials*. - 2014. –Vol. 467. – P. 58-63.
- 23 Pastor-Satorras R., Vespignani A. Epidemic Spreading in Scale-Free Networks // *Physical Review Letters*. - 2001. - Vol. 86. - P. 3200–3203.
- 24 Keeling Matt J, Eames Ken T D. Networks and epidemic models // *Journal of the Royal Society*. - 2005. - Vol. 2, № 4. - P. 295–307.
- 25 Gross T., D’Lima C.J.D., Blasius B. Epidemic dynamics on an adaptive network // *Physical Review Letters*. - 2006. - Vol. 96, № 20. - P. 1–4.
- 26 Shaw L.B., Schwartz I.B. Fluctuating epidemics on adaptive networks // *Physical Review*. - 2008. - Vol. 77, № 6. – P. 66-78.
- 27 Xu S. et al. Adaptive Epidemic Dynamics in Networks // *ACM Transactions on Autonomous and Adaptive Systems*. - 2014. - Vol. 8, № 4. - P. 1–19.
- 28 Zhao L. et al. SIHR rumor spreading model in social networks // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. - 2012. - Vol. 391, № 7. - P. 2444–2453.
- 29 Haeupler B. Simple, Fast and Deterministic Gossip and Rumor Spreading // *arXiv Prepr. arXiv1210.1193*. - 2012. - P. 1–20.
- 30 Barabasi A.L., Oltvai Z.N. Network biology: understanding the cell's functional organization // *Nature reviews genetics*. – 2004. – Vol. 5, №. 2. – P. 101-113.
- 31 Amitai G. et al. Network analysis of protein structures identifies functional residues // *Journal of molecular biology*. – 2004. – Vol. 344, №. 4. – P. 1135-1146.
- 32 Tokita K., Yasutomi A. Emergence of a complex and stable network in a model ecosystem with extinction and mutation // *Theoretical population biology*. – 2003. – Vol. 63, №. 2. – P. 131-146.
- 33 Navigli R., Ponzetto S. P. BabelNet: The automatic construction, evaluation and application of a wide-coverage multilingual semantic network // *Artificial Intelligence*. – 2012. – Vol. 193. – P. 217-250.
- 34 Бакиров А.С., Сулейменов И.Э. Некоторые особенности поведения нейронных сетей с гистерезисной функцией активации – Сборник трудов магистрантов АУЭС. – Алматы, АУЭС, 2017.

Приложение А

Часть кода программы на Octave GNU

```
% [q, r] = deconv(c, a) r -remainder, c -
% k = polyder(p) returns the derivative of the polynomial p.
% [q,d] = polyder(b,a) returns the numerator q and
denominator d of the derivative of the polynomial quotient b/a.
% r = roots(p) returns the roots of the polynomial
represented by p as a column vector.
%

function retval = sturm(f0)
limit_left = -100;
limit_right = 100;
%f0 = [1 0 -5 -2 2];

polynoms = cell(length(f0),1);
polynoms{1} = f0;
polynoms{2} = polyder(f0);
polynom = polynoms{2};
i = 3;

while length(polynom) > 1,
    [q polynom] = deconv(polynoms{i-2},polynoms{i-1});
    polynom = -polynom(find(polynom,1,'first'):find(polynom,1,'last')) ;%
remove zeros
    polynoms{i} = polynom;
    i = i + 1;
end

signs_left = zeros(length(polynoms),1);
signs_right = zeros(length(polynoms),1);

for i = 1:length(polynoms)
    signs_left(i) = sign(polyval(polynoms{i},limit_left));
    signs_right(i) = sign(polyval(polynoms{i},limit_right));
end

%signs_left;
%signs_right;

retval = count_sign_change(signs_left)-count_sign_change(signs_right);
```

Продолжение приложения А

```
endfunction
K0 = 100;

for alpha1 = -1:0.3:2
for alpha2 = -1:0.3:2
for alpha3 = -1:0.3:2
for alpha4 = -1:0.3:2
a0 = 5/24*alpha3*alpha2*alpha1;
a1 = 4*alpha2*alpha1-K0/6*alpha4*alpha3*alpha2*alpha1;
a2 = 3/2*alpha1 - K0/2*alpha3*alpha2*alpha1;
a3 = 2 - K0*alpha2*alpha1;
a4 = 1 - K0*alpha1;
%[a0 a1 a2 a3 a4]
ROOTS = roots([a0 a1 a2 a3 a4]);
REAL_ROOTS = ROOTS(imag(ROOTS)==0);
number_of_roots = length(REAL_ROOTS);
%number_of_roots = sturm([a0 a1 a2 a3 a4])
if ((number_of_roots == 4) && (sum(ROOTS>0)>1))
%alpha1
%alpha2
%alpha3
%alpha4
ROOTS
sum(ROOTS>0)
endif

endfor
endfor
endfor
endfor
```